Math. P. 46
51
-1-

R

H 422

4° Math. D. 57

Mathesis. Geometria generalis 250.

~~250.~~

R

57

Benjamin Brameri
APOLLONIUS
CATTUS,
Oder
GEOMETRI-
scher Wegweiser/
Erster Theil.

In welchem die fundamenta der allerlieb-vnd Sinnreichsten Conischen Sectionen, so von Apollonio Pergæo mit schweren Demonstrationen dargethan/ auß leichten Euclidischen Gründen erwiesen werden.

Neben angehenckten vnterschiedenen wegen/ die drey Conische Linien/ Als Parabolam, Hyperbolam vnd Ellipsin in plano zu verzeichnen.

Zum Andern mahl revidirt vnd gemehret.

Getruckt zu Cassel/ bey Jacob Gentsch/ in Verlegung Johann Schützens/ im Jahr Christi/

M. DC. XXXXVI.

Staatsbibliothek
MÜNCHEN

[library stamp] Staatsbibliothek

Dem Durchleuchtigen Hochgebornen Fürsten vnd Herrn/ Herrn Wilhelmen dieses Namens dem Sechsten/ Landgraffen zu Hessen/ Graven zu Catzenelnbogen/ Dietz/ Ziegenhain vnd Nidda ꝛc. Meinem gnädigen Fürsten vnd Herrn.

DUrchleuchtiger Hochgeborner gnädiger Fürst vnd Herr ꝛc. Wie nötig vnd nützlichen die Mathematische Künste/ beydes in Kriegs: vnd Friedenszeiten seyen/ ist nicht nötig mit vielen Worten allhier zu beschreiben. Sintemal fast alle Mechanische vnd andere Künste von diesen jhren anfang haben/ vnnd täglich noch also steigen/ daß es mit verwunderung anzusehen/ ja keinem Menschen möglich/ den nutzen derselben nach notturfft zubeschreiben oder außzusprechen.

Wann ich nun in meiner Jugend ein wenigs vnd geringes Füncklein von dem Theil der Mathematischē künste/ nemblich von der Geometria, gefast/ vnd vor 12. Jahren gegenwertiges Tractätlein von den Conischen sectionen zusammen getragen/ vnd an Tag geben/ auch in meinung gewesen/ die vbrige Theile/ so vom nutzen der Conischen linien handlen/ hernach zuschicken: weil aber die bösen zeiten je lenger je schlechter eingefallen/ Nunmehr sich jetzo auch wenige Liebhaber befinden; Wiewol vor diesem/ vnd bey lebzeiten Ew. Fürstl. Gn. Herrn Vhr Großvatters Landgraf Wilhelms des Weisen/ vnnd dieses Nahmens des vierdten/ Cassel fast ein Brunquel aller Mathematischen vnd andern löblichen Künsten gewesen/ So auch von Ew. Fürstl. G. Herrn Großvattern Landgraff Moritzen zu Hessen ꝛc. erhalten/ vnnd bey Ew. Fürstl. Gn. Herrn Vattern/ Allerhochlobseeligst: vnd Christmilden Andenckens/ wohlgeliebt vnnd befördert worden; Trage auch keinen zweiffel/ wann Ihr. Fürstl. Gn. Herr Vatter nicht durch den

zeitlichen Todt viel zu frühe hingerissen/ Dieselben nach erlangter ruhe/ihrem Herꝛn Großvattern nachgefolget/ vnnd diesen edlen Künsten höher zugethan vnd dieselbe befördert haben würden. Weil es nun fast das ansehen bekommen/daß nach Jh. Fürstl. Gn. tödtlichem hintritt/ die Künste in dieser gegend mit begraben worden / in deme nach jetziger Welt/vnd in diesem bösen Kriegswesen habendem gebrauch die gemüter/so billich Künste lieben solten/ sich mehrertheils auff andere / nemblich künstliche Geldpressuren legen/vnd sich darbey wol vnnd besser befinden/dadurch dann nicht allein alle löbliche Künste/sondern auch viel ander gutes in abgang gerathen müssen: Als hab ich mir auch gäntzlich vorgenommen gehabt/was ich vorhin geliebet/ vnnd zuverrichten willens war / vnter die Banck zu stecken/ vnnd meinen andern Ambtsgeschäfften allein abzuwarten/ sonderlich weil die Vollführung desen so ich mich zu thun erbotten / ein ziemblichen Verlag erfordern würde. Weil ich aber nunmehr gespüret / daß Ew. Fürstl. Gn. auß angebornem hohem Fürstl. Gemüthe / zu allen löblichen Künsten ein grosse zuneigung tragen/vnnd in fortsteigendem alter vielmehr erlangen werden: Als hab ich/als dero geringsten Diener einer mein Vorhaben auch geendert / vnnd mir vorgenommen/ so viel ich wegen anderer Amptsgeschäffte zeit haben können/ meinen vorigen vorsatz zu vollführen.

Vnd nach dem dieses Tractätlein nicht mehr zubekommen/ vnd von frembden Orten viel nachfragens darnach biß auff diese zeit gewesen/Als bin ich solches zuvbersehen vnnd wieder aufflegen/vnnd vnter E.F.G. hohem Fürstl. Nahmen trucken zu lassen/verursacht worden.

Vberreiche Ew. F. Gn. also hiermit zum anfang nichts newes/sondern eben dasselbe/so E.F.G. Herꝛn Vattern Hochlobs: andenckens vor 12. Jahren von mir am ersten vnterthänig zugeschrieben worden: Vnterthänig bittende/Ew. Fürstl. Gn. diese geringe papirne arbeit in gnaden auf vnd annehmen/vnd mein vnd der meinigen gn. Fürst vnd Herꝛ sein vnd bleiben wollen/ Ew. Fürstl. Gn. von Gott dem Allmächtigen langes leben/ gute gesundheit/ vnnd neben allen Fürstlichen hohen gaben/allen Fürstlichen wolstand/ vnd darbeneben ein glück: fried: vnd frewdenreiches newes Jahr wündschende: mich vnnd die meinigen aber zu dero beharꝛlichen Gnaden vnterthänig befehlende. Geben in Ew. F. Gn. Vestung Ziegenhain den lezten Decemb. Anno 1645.

E.F.G. vnterthänigster gehorsamer Diener.

Benjamin Bramer.

Vorrede an den Günstigen vnd Kunstliebenden Leser.

GVnstiger vnd Kunstliebender Leser / ob wol die Lehr von den Conischen Sectionen im ersten ansehen schwer vnd mühesamb scheinet / vnnd derwegen von wenigen zur hand genom̃en worden: So ist doch die wissenschafft derselben / zu erlangung vnd nehern herbeykom̃ung der Geometrischen Fundamenten / zum allerhöchsten nötig. Sehe auch nit / wie es möglich / wan̄ man dieselbe gantz vmbgehen wolte / wie nit allein in vielen Geometrischen Quæstionē, sondern auch in andern Mathematischē Speculationē vnd arbeiten / zu dē zweck / dahin die Geometria sihet / zukom̃en.

Weil mir dann vnter anderm vor der zeit vorgefallen / daß in verfertigung der Parabolischen Brenspiegel / auch eine Ellipsin biß auffs Centrum recht zu drehen / zu hobeln / vnd anderm / wie dan̄ auch in solvirung etlicher geometrischer quæstionen, ohne rechten verstand vnd demōstration der Conischen Sectionen / mir nit möglich fortzukommen gewesen / Als hab ich damahls solchem nachzudencken vrsach bekommen / mich auch keine mühe / arbeit vnd vnkosten tawren lassen / den rechten weg zuerfahren. In welchem nachsinnen ich so viel gesehen / daß vnterschiedene Authores nicht eynig vnd auff jrrwege gerathen. Derowegen ich vor mich nicht vnnötig erachtet / solche meine angewendte mühe kürtzlich aufs Pappier zusetzen / vnd vmb nachrichtung willen / mit wenigem vor mich auffzuschreiben.

So viel nun die Conische Sectiones / wie nemlich auß einem jeden Cono / die drey linien / Parabola, Hyperbola vn̄ Ellipsis, zu seciren, betreffen thut / darvon hat vns Apollonius Pergæus, so zu des Königs Ptolomæi Evergetis zeiten / vngefehr 245 Jahr vor vnsers HErrn vnnd Heylands Jesu Christi geburt / gelebt / vnnd wegen dieser subtilen nachsuchung Magnus Geometra genennet worden / vier Bücher / so vbrig blieben / hinderlassen / solche aber mit schweren demōstrationen dargethan. Vnd ob wol Pappus, Eutocius vnd Federi-

cus Commandinus solche mit lemmaten vnd Commentarien erklärt/so haben sie es doch bey den genenten demonstrationen verbleiben lassen müssen/daß also wegen solcher gehabter schwerheit/viele von diesen lieblichen vnd nützlichen speculationen abgeschreckt worden/in massen sich dann meines wissens noch niemand daran gemacht/der solche Sectionen deutlicher erklärt/ oder mit Euclidischen demonstrationen darzuthun/ gelehret hätte.

Dann ob wol Wernerus, Orontius Fineus, Guidus Ubaldus, Barocius, Simon Stevinus, Pappus, Keplerus, Mersennus, vñ andre mehr/wie insonderheit auch Franciscus Vieta in seinem Apollonio Gallo, Marinus Gethaldus in seinem Apollonio redivivo, Willebrodus Snellius in seinem Apollonio Batavo, vnd mehrere/ welche ich niemals zu sehen bekommen können/ein jeder das seinige gethan/so ist doch alles stücksweise/vnd von keinem die anfänge derselben gewiesen worden.

Wie nun die alten vor Apollonio vermeynet gehabt / es seye ein vnterscheid zwischen einem Cono rectangulo, acuto, oder obtuso, welches beym Pappo im 7. buch/da er von den Conicis Apollonii redet/also auch auß der Vorrede beym Apollonio, auß dem Eutocio vnd Gemino mit mehrerm zu sehen. Also vnd ebenmessig seyn der meynung auch noch etliche auß vorhin gedachten gewesen/ sonderlich die jenigen/so von den Parabolischen brenspiegeln (darvon man sagt/daß Archimedes zu Syracusa, vnd Proclus zu Constantinopel/ der feinde schiffe angezündet haben sollen) geschrieben haben.

Dann Risnerus in erklärung deß 44. Theorem. deß 9. buchs Vitellonis, Wernerus in seinem Tractat de duplicatione cubi, im 12 Appendice, Orõtius Fineus in seinem tractat von diesen spiegeln/ vnd andere/vermeynen/ die Parabola hierzu müsse auß einem Cono rectangulo; Durerus aber/ auß einem gleichseitigen Cono, geschnitten werden; wie dann auch noch in verflossener zeit/ein hochgelehrter vñ berühmter Geometra vnd Practicus, in einem schreiben an mich/ der alten meynung verblieben/ nemblich daß es ein andere Beschaffenheit mit den Conis rectangulis, Acutangulis, Obtusangulis, vnd letzlichen

chen auch ein andere mit den Scalenis hätte/vnd auch/daß in einem jeden ein sondere proportion seye.

Solche zweiffelhafte vngleichheit hat mir gleich im anfang vrsach gegeben/diesem allem mit möglichstem fleiß nachzudencken/ vnnd weil ich vor vngefehr 18 oder 19 Jahren/den Apollonium, Welchen ich zuvor nie zusehen bekommen können/in der Fürstl. Bibliotheck zu Cassel antroffen / als hab ich auß demselben etzliche wenige propositiones verteutschen lassen/so mir zwar wenige anleitung/aber doch vrsach gegeben (weil er Apollonius mehrertheils nur die Conische linien brauchet) daß ich den Conū selbsten / vnnd die proportionen der darauß kom̃enden linien betrachtet/da ich dann bald befunden/daß die Parabolæ, Hyperbolæ vnd Ellipses, gleich/vñ also gleichförmig seyn/daß sie durch einerley proportiones auß allerley Conis secirt werden köñen.

Diesen Tractat nun hab ich damals zu dem ende zusam̃en getragen/vnnd in demselben die anfänge/ zwar mit kurtzen Euclidischen demonstrationen,vnnd fernern auch verschiedene wege die Conische linien in plano zureissen/aufgezeichnet/ in meynung denselben vor mich zubehalten/dahero ich auch solchen die zeit hero wegen anderer geschäften/fast gantz vnter der banck liegen lassen. Weil ich aber von etlichen Kunstliebenden ermahnet/solch Tractätlein/zu beförderung der kunstliebenden/zu publiciren: Die schönen lieblichen darinn steckende Proportionen mich auch selbst bewegt zu solchē desto williger zu seyn: Als hab ich damals den anfang: Weil ich mit den vbrigen theilen/so mehrertheils vom nutzen dieser Linien handeln werden / nit so bald fortkommen können/hiermit gemachet/nit aber der meynung/ diese meine kurtze vnnd ohne zierliche vmbschweiffe verfaste Arbeit andern vorzuziehen/ sondern nur die kunstliebende vff den rechten weg zubringen/vnd denen/ so besser als ich versiret, vrsach zu geben/ diesem allem besser nachzudencken/ den Apollonium mit leichtern demonstrationen zu erklären/vnd die edle Geometriam mit geringerer leichtigkeit/als man bißhero haben können/ zu befördern.

Daß sich nun dieser Tractat Apollonium Cattum nennet/geschicht dahero/weil Franciscus Vieta einen Geometrischen Tractat

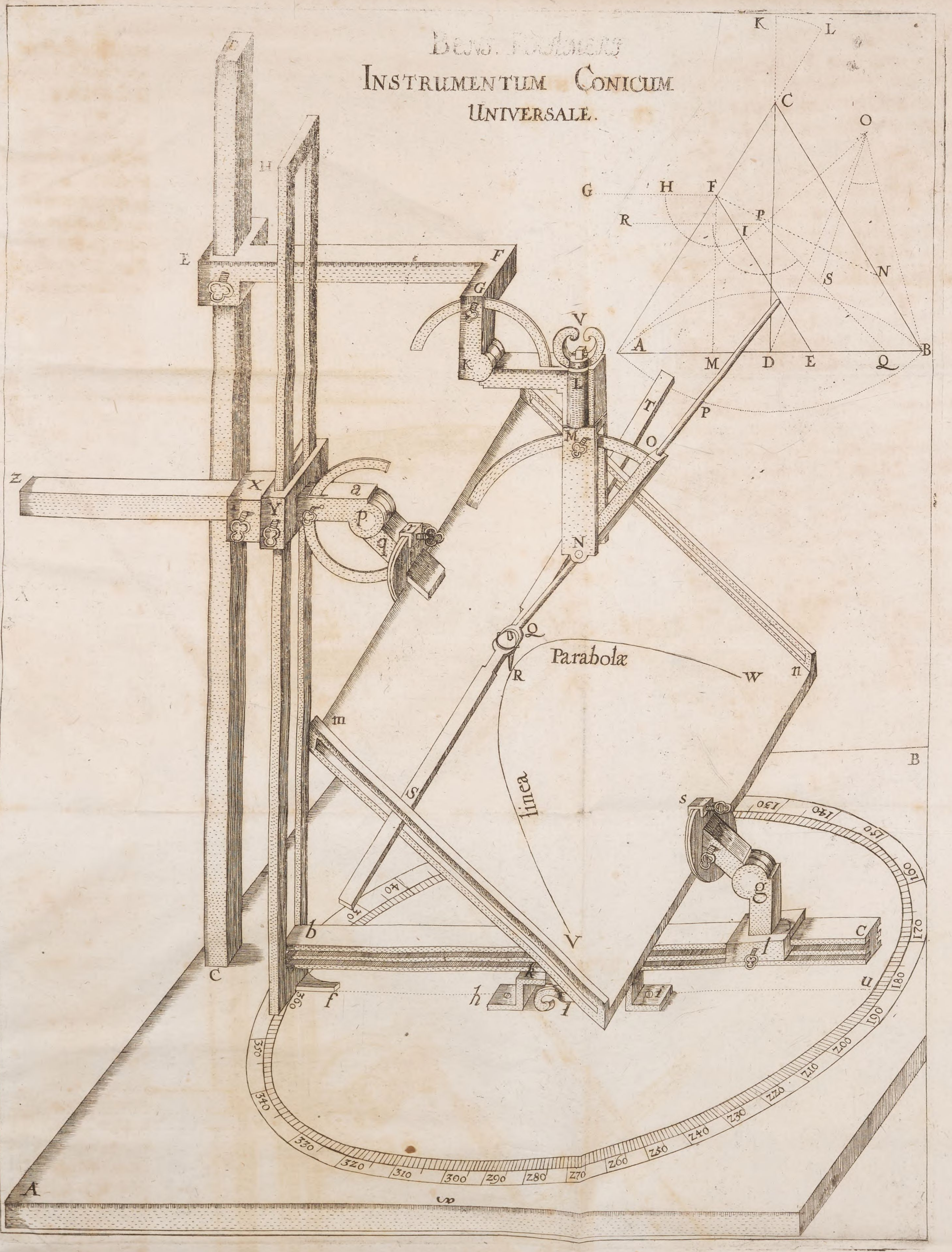
nach

nach seinem Vatterland Apollonium Gallum, vnd Willebrodus Snellius Professor zu Leyden / einen andern / Apollonium Batavum genennet / als hat sich auch dieser seines Vatterlands nit schämen / sondern sich Apollonium Cattum nennen wollen.

Weil ich nun gespüret / daß diese meine geringschätzige doch nutzbare arbeit / vielen Kunstliebenden angenehm / in deme kein Exemplar mehr zubekom̃en / vñ viel nachfragens von frembden orten gewesen / als hab ich solch Tractätlein mit etwas zusetzen / wiederumb aufflegen vnd trucken lassen. Vnd ob ich wol das vbrige (weil ich mit andern Ambtsgeschäfften so viel zuthun / daß ich der Geometrischen Speculationē wol vergessen möchte) willens gewesen gantz liegen zu lassen: Nachdem ich aber auß gewissen vrsachen / solche meine angefangene arbeit wider herfür zu suchen verursacht worden / auch vor etzlichen wenigen Monathen auff Sonnenvhrn (so auß einem Cylinder secirt, vnnd mit hülff der Ellipsis vnnd Hyperbolæ auff das leichteste vnnd gewisseste gemacht werden können) gerathen / auch darzu ein Tractätlein allbereits verfertigt / so mit diesem / wann die Figuren darzu geschnitten gewesen wehren / hätte herauß gegeben werden sollen. Als soll solches dennechsten / vnd zum ehesten darauf das vbrige / welches viel schöne Geometrische vnd Mechanische Sachen mit bringen wird / wann mir Gott das Leben lässet / hernach folgen / Geben in der Vestung Ziegenhain den 1. Tag Januarij Anno 1646.

Apol-

INSTRUMENTUM CONICUM UNIVERSALE.



Apollonii Catti Erster Theil.

DEFINITIONES

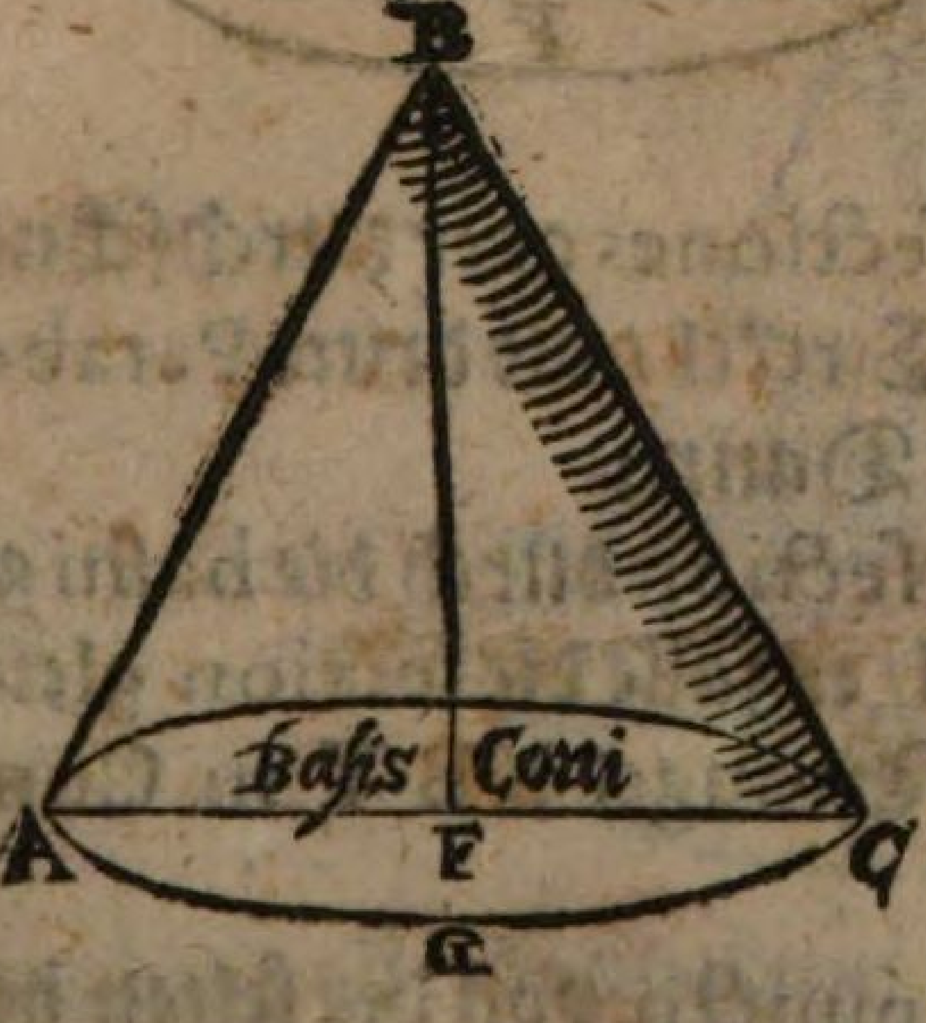
Vnd

Erklärung der Wörter / so in diesem Tractat mehrertheils gebraucht werden.

EIn Conus ist ein zugespitzter runder Kegel / mit einer circularischen Basi, von welcher er sich in die höhe in gleicher proportion verleuret oder verjüngt / also daß sich solche verjüngung oben in einem puncto endet / wie hier bey A B C.

In einem jeden Cono werden in gemein vier dinge considerirt, als / Vertex, Basis, Axis vnd Superficies.

1. Vertex Coni ist der oberste Punct darinnen sich der Conus endet / als hier B.



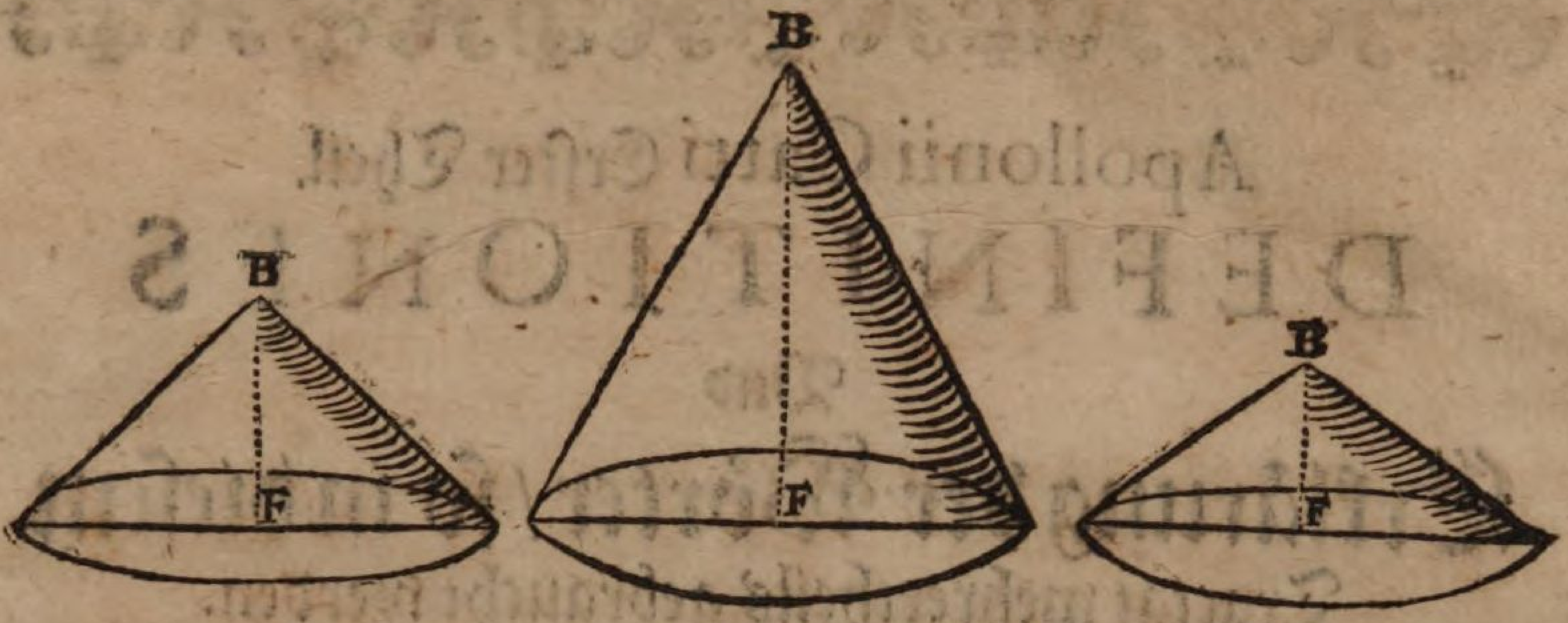
2. Basis Coni ist ein Circkel / vmb dessen centrum der Conus in gleicher proportion auffgeführet ist / als hier der Circkel A G C, dessen centrum F.

3. Axis Coni ist der Diameter, so auß dem vertice ins centrum fället / als hier die lini BF.

4. Superficies Coni ist der raum / so außwendig von vnden der basi an biß in den verticem oben hinauß / vff der eussern fläche des Coni herumb begriffen ist.

Die Coni seynd zweyerley / einer rectus, der ander scalenus: werden aber beyde vnterschieden / nach dem winckel beym vertice, vnd seynd rectanguli, acutanguli, obtusanguli, wie allhier zu sehen: In welchen allen gleichwohl die sectionen oder durchschnitte einerley proportion haben.

5. Conus rectus wird ein jeder Conus genent/dessen axis BF perpendiculariter auffs centrum seiner basis fället.



6. Conus scalenus aber ist derjenige/dessen axis BF nicht perpendiculariter auffs centrum der basis fällt.

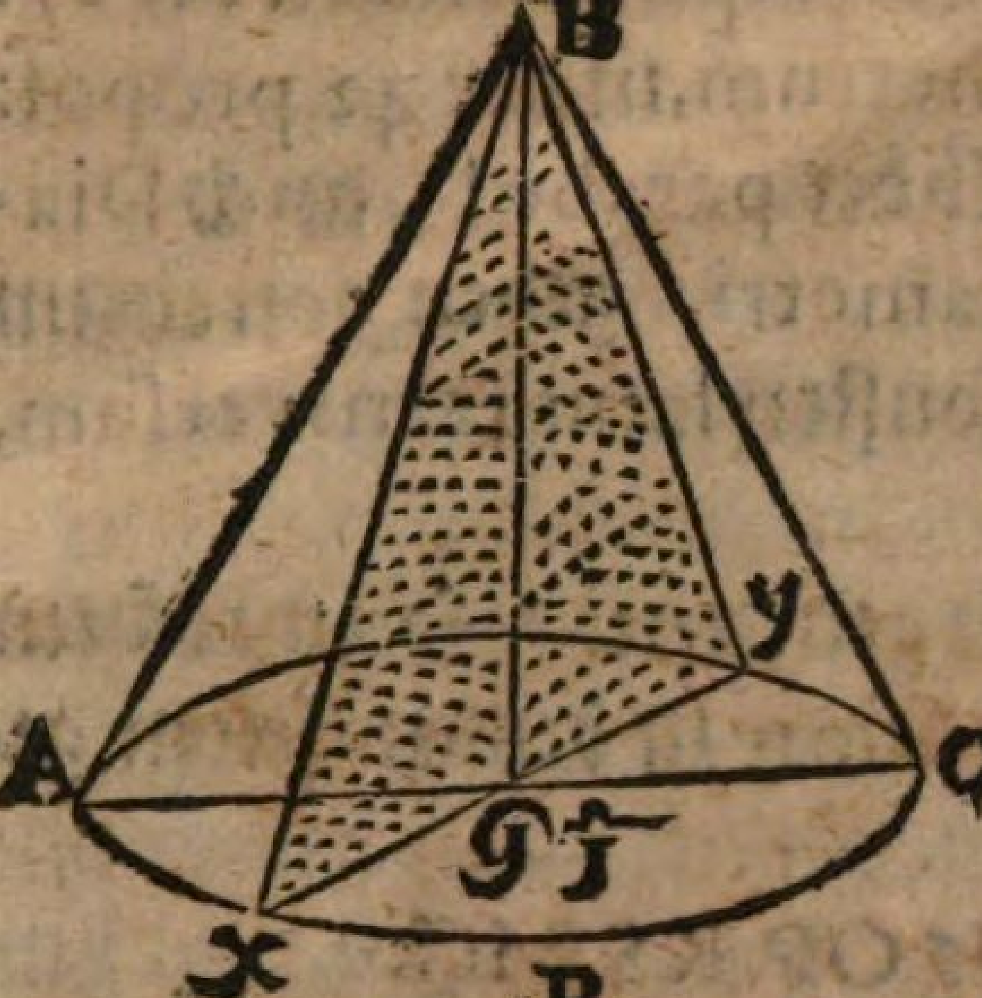
In einem jeden Cono seynd nun fünfferley sectiones oder durchschnitte/deren erste gibt einen Triangel/die andere einen Circkel / die dritte Parabolam, die vierdte Hyperbolam, die fünffte Ellipsin. Dann:

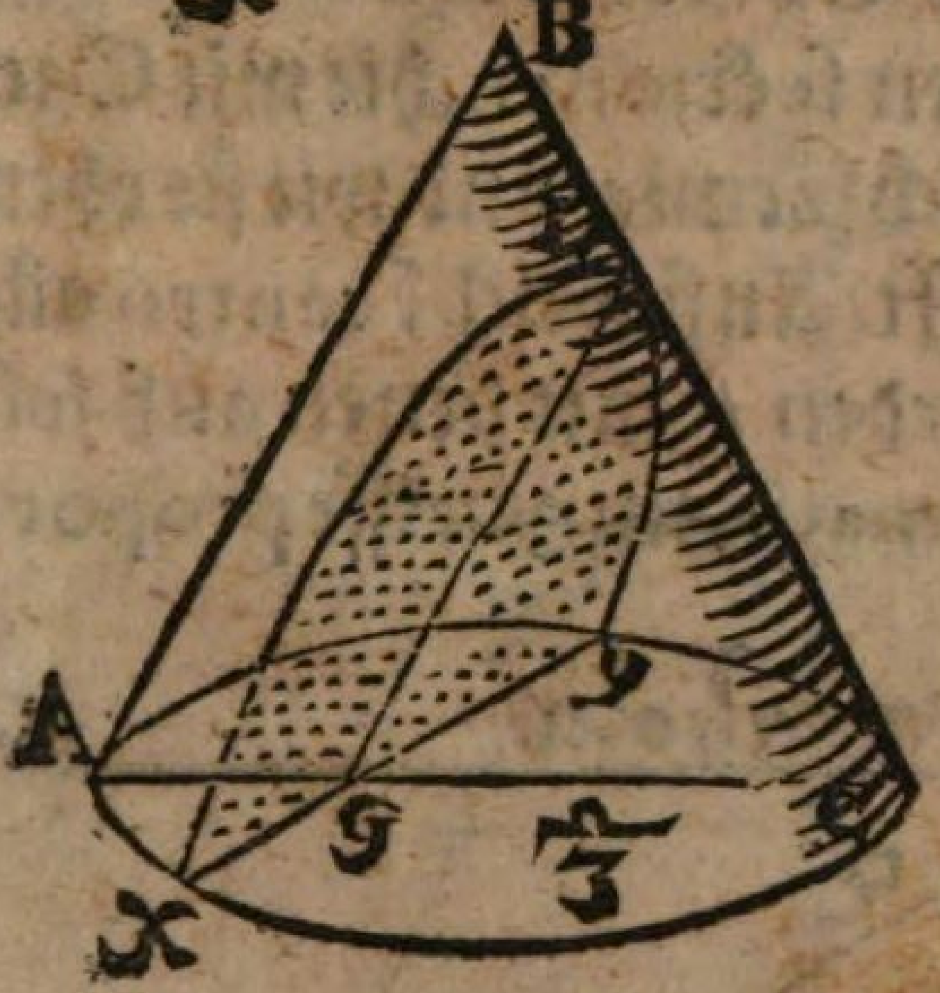
7. Wann auß dem vertice eines Coni eine section durch die basin gethan wird/gibt solche einen rechtlinischen Triangel/ es falle die section gleich
Figur.1. in : oder ausserhalb deß centri der basis, wie der Triangel XBY in Cono ABC weiset.

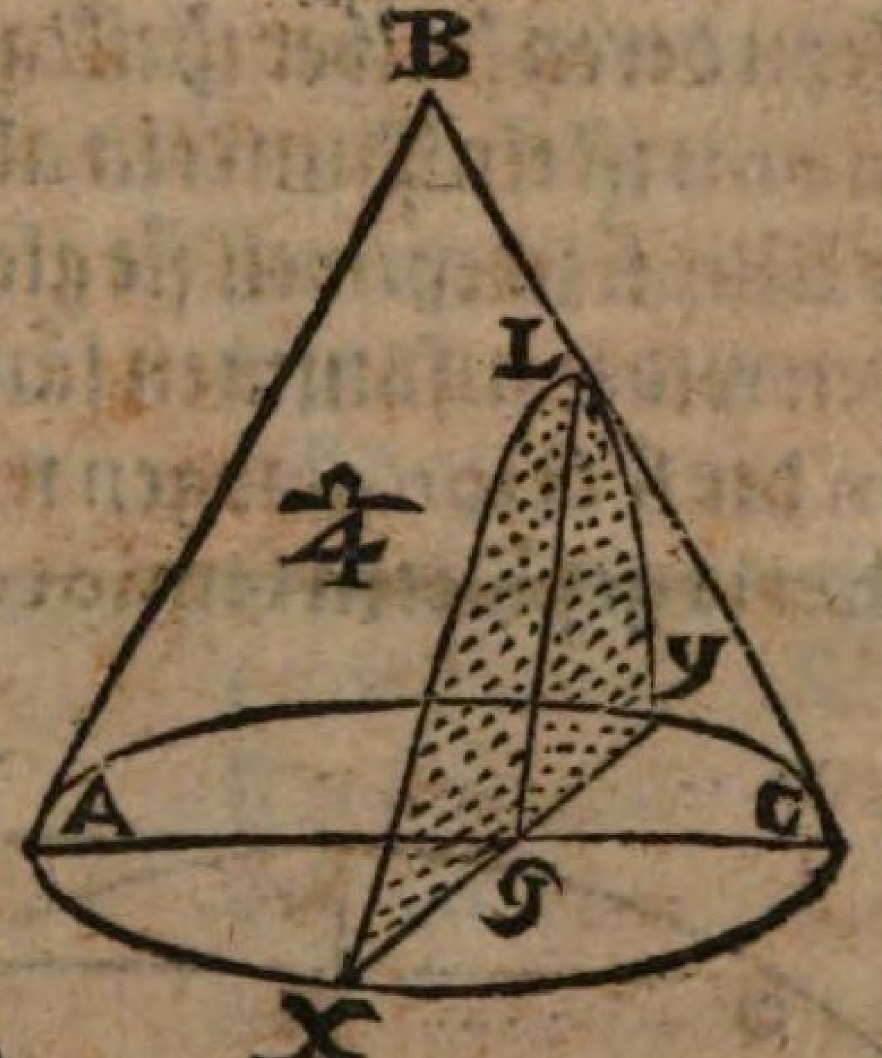
8. Geschicht aber die section auß einem puncto von der seiten deß
Figur.2. Coni der basi parallel, solche gibt einen Circkel/ als im Cono ABC geschicht die section auß L der basi AC parallel, so wird NL desselben Circkels diameter.

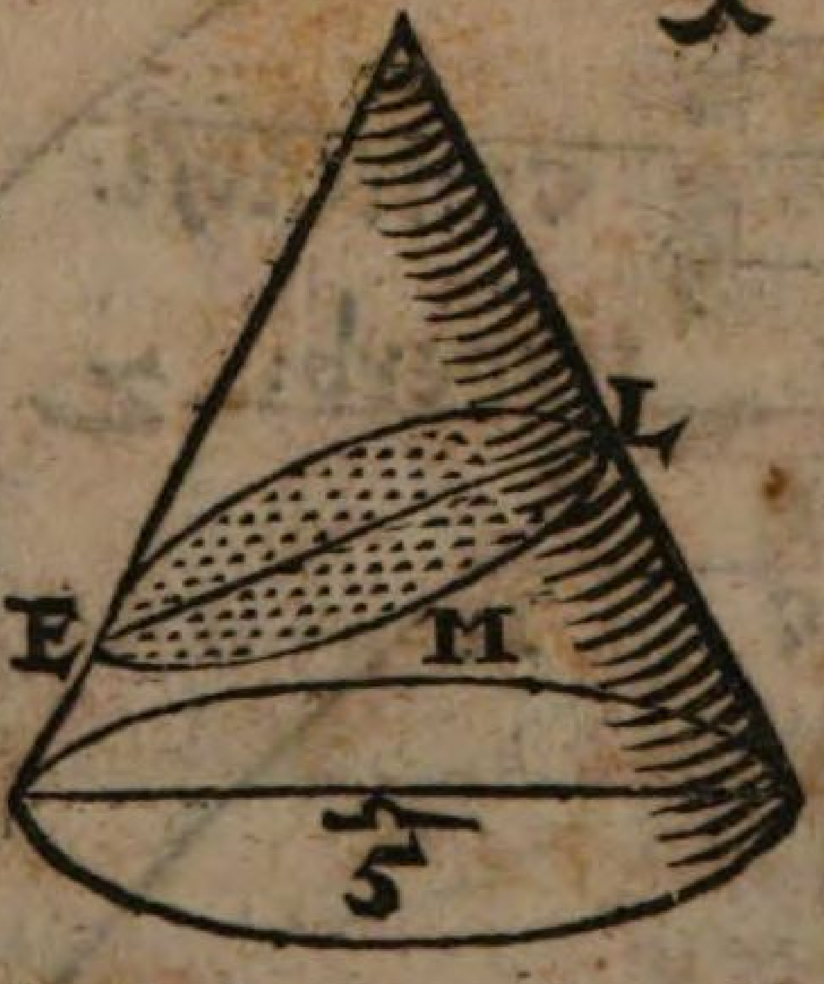
9. So die section auß einem puncto auff der seiten deß Coni der gegenvberstehenden parallel geschicht/wird sie parabola genant: als die section
Figur.3. sey LG der seiten deß Coni AB parallel, solche machet auff der eusseren fleche

flecke deß Coni, die gebogene lini X L Y, ſo peripheria parabolæ genennet wird.









10. Da aber die ſection zwiſchen der parabola, vnnd der ſeiten darvon die ſection anfängt/ Alſo daß L G dem A B nit parallel, ſondern das G dem C näher fällt/ ſo ſeynd dieſelben hyperbolæ, vnd X L Y deren peripheria. Fig. 4.

11. Wann endlich die ſection vber die parabolā nach: oder in die gegenvberſtehende ſeite gezogen wird/ ſo gibt ſolche ſection eine Ellipſin, deren vmb ihre axem vmbzogene lini iſt ihre peripheria, als hier E L M. Fig. 5.

In den letzten dreyen ſectionibus, von welchen Apollonius allein geſchrieben/ vnd in dieſem Tractat gehandelt werden ſol/ müſſen folgende termini vnnd deren definitiones in acht genommen werden / als vertex, axis, ordinatim applicata, ſemiordinata, centrum reflexionis, latus rectum, latus primarium. Bey der Hyperbola finden ſich darüber latus transverſum, centrum ſectionis, Aſymptoti ſeu Intactæ, ſectiones oppoſitæ, vnd centrum oppoſitum: vnd ſeynd die erſten ſechſe auß beygeſetzten Figuren zuverſtehen / die vbrigen aber müſſen theils auß dem Cono ſelbſten genommen werden. Als:

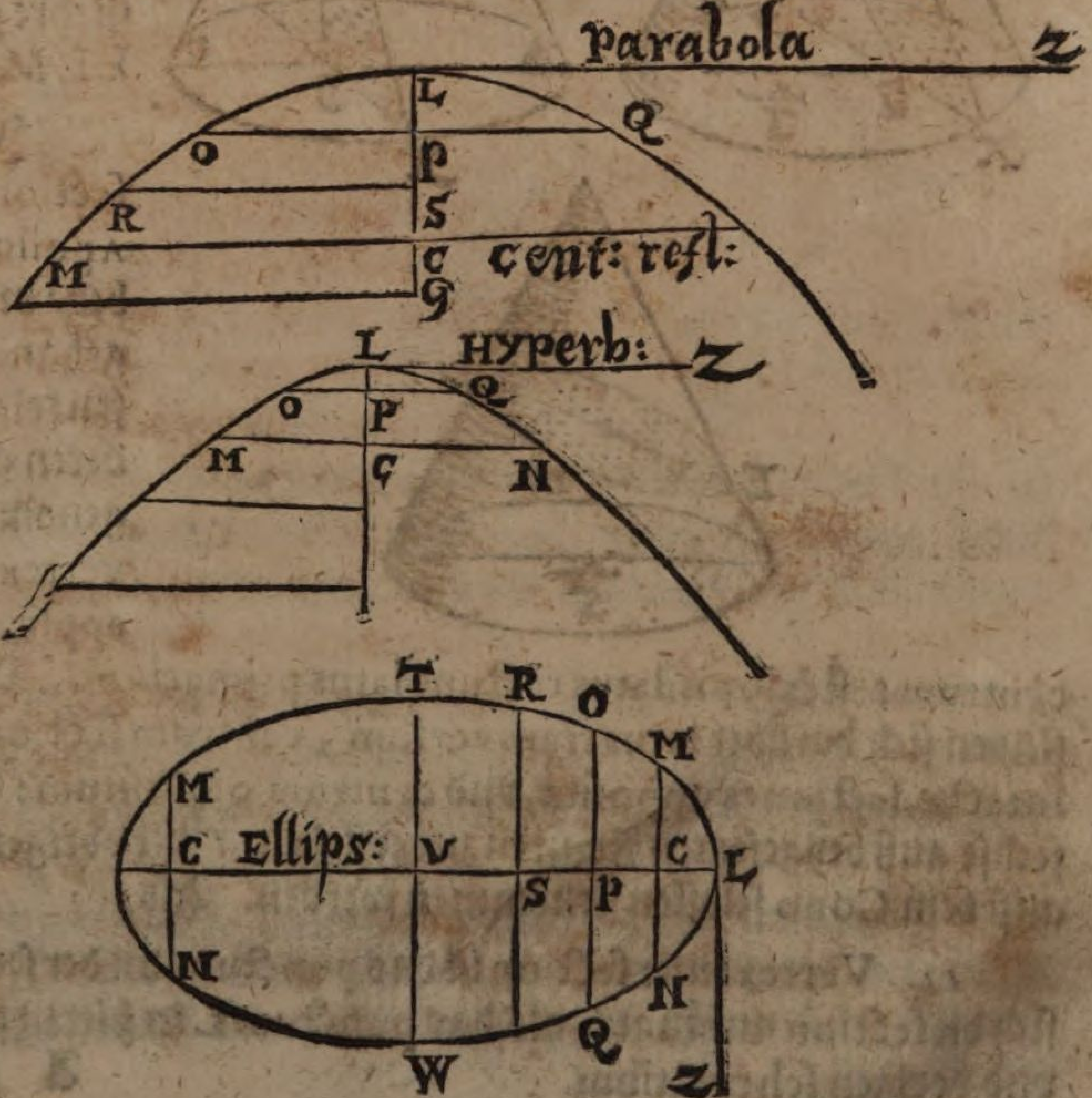
12. Vertex einer ſection iſt das punctum an der ſeiten deß Coni, da ſich die ſection anfängt/ als das punctum L in hierzu gehörigen folgenden vnd vorigen ſchematibus.

13. Axis oder diameter einer section, ist die lini/ welche auß dem vertice durch das mittel derselben gezogen wird/ vnnd die axis bey der parabola vnnd hyperbola haben ihr ende in der basi Coni, darauß sie geschnitten/ als hierunten L G. Vnd ist allhier nicht dahin zusehen / ob schon Apollonius in der 27. prop: deß 1. Buchs die axin, wie allhier LG, Diametrum, in der 42. propos: desselben Buchs aber die erlängerte axin ausserhalb der parabol , auch Diametrum nennet. In der Ellipsi aber seynd zween diametri, gehen von einem ende zum andern/ als LG wird der grössere / auch sonsten latus transversum, vnd TW der kleiner diameter genennet.

14. Ordinatim applicatæ werden alle Linien genennet / so zu rechten winckeln durch die axem an die peripheriam der section zu beyden seiten gezogen werden/ als OQ.MN &c.

15. Semiordinatæ seyn deren halber theil/ als OP.RS.MC.

16. Centrum reflexionis ist ein Punct in allen sectionen, hie mit C gezeichnet: deren seynd in der Ellipsi zwey/ weil sie gleichförmig/ vnd wie sie oben von einander gangen/ vnden wider zusammen läufft/ Auß welchē centro alle linien so in die peripheriam der section gezogen werden / mit denen auß solchen Puncten in der peripheria gefälleten semiordinatis, ein gewisse proportion machē. Vñ ob wol von Apollonio dieses pūcts oder centri wenig gedacht wird / so ist es doch dasjenige / auß welchē alle ꝓportionen fliessen / vnnd der nutz mehrertheils genom̄en werden muß. Wird derwegen allhier cētrum reflexionis genennet / weil/ wann ein spiegel nach deren figurē einer gemacht / vnnd ein liecht in diesen Punct oder

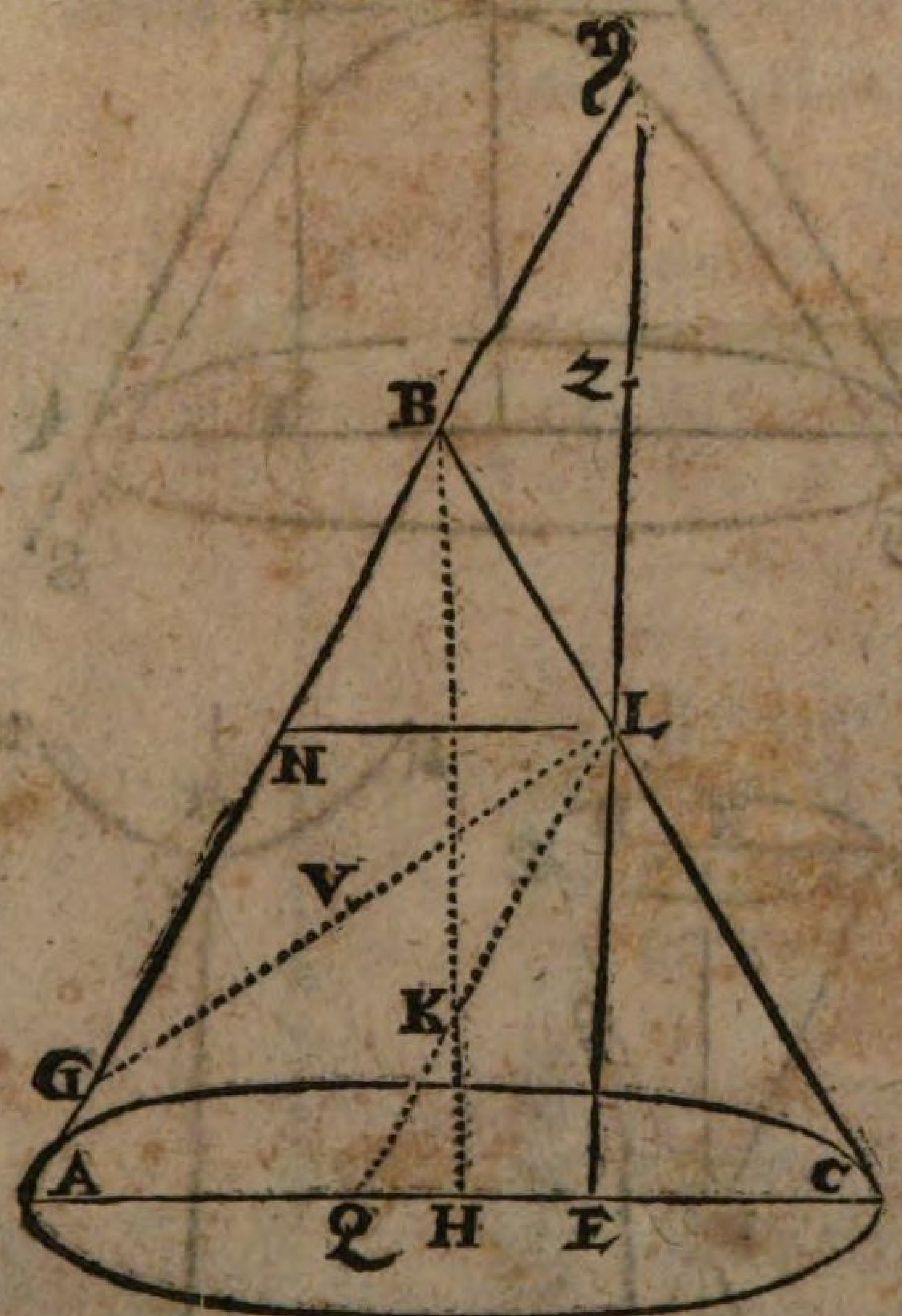


der

der centrum gesetzt/die radii desselben/so in den spiegel fallen/darauß vnterschiedlich/aber doch proportionaliter reflectiret werden: Als in der parabola der axi parallel herauß: in der hyperbola weit vmb sich von der axi: in der ellipsi aber näher zusammen vnd nach der axi; dannenhero solch punctum von Keplero vnd Mersenno auch focus genennet wird.

17. Latus rectum einer section, ist ein lini gleich der ordinatim applicatæ, so durchs centrum reflexionis gehet / nach welcher alle andere semiordinatæ ihre gewisse maß vnd proportion haben/ist L Z.

18. Latus primarium einer section, ist in Cono der diameter deß Circkels/ an welchem die section ihren anfang nimt/als allhier L N; dessen wird gleichmässig von Apollonio nit gedacht/weil aber alle proportionē in Cono, nach folgenden demonstrationen, hievon ihren anfang nehmen/ vnnd mit dieses hülff die vorigen meinstens gesucht werden/ habich solches also benen̄en wöllē.



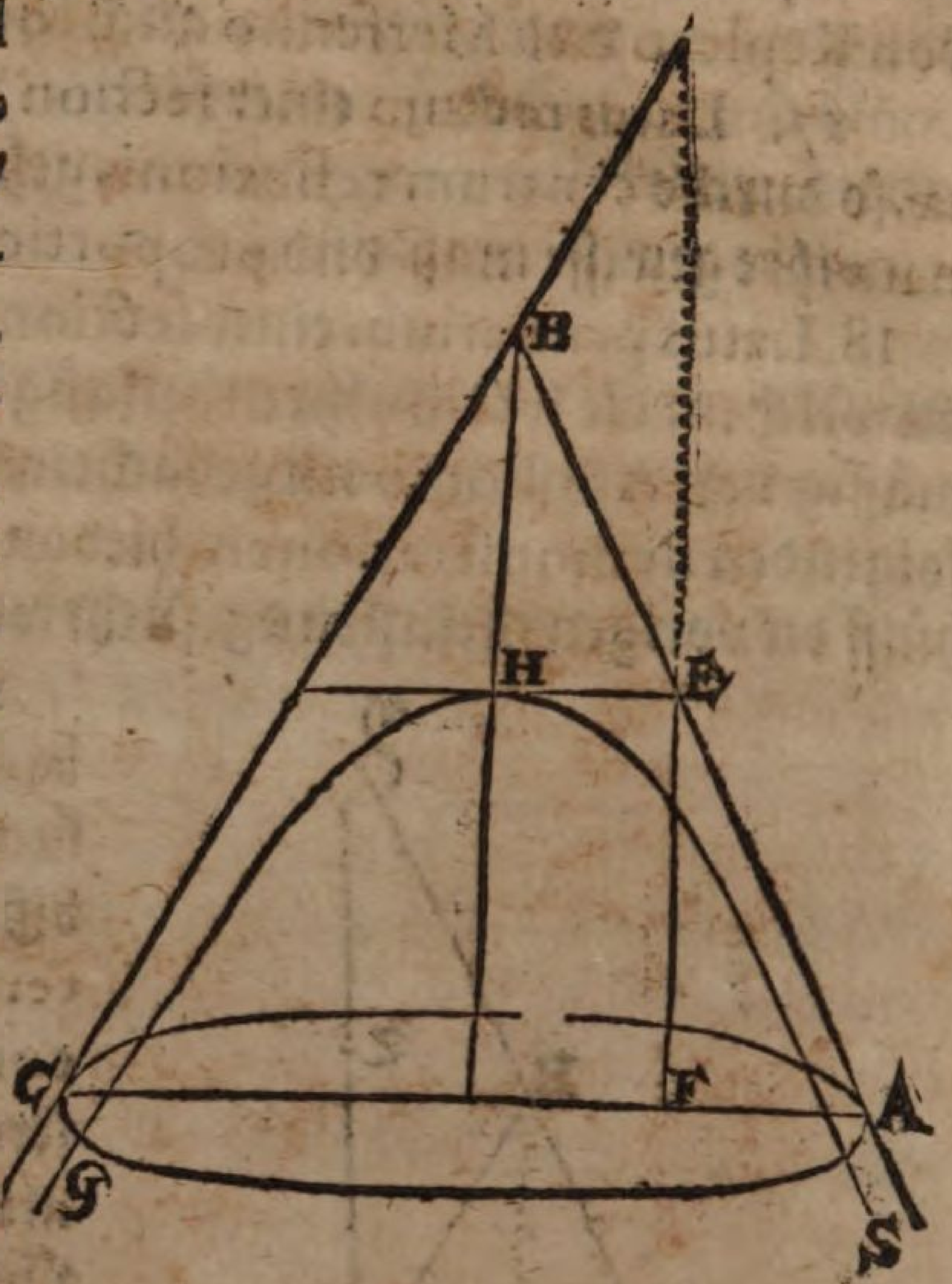
19. Latus transversum in der hyperbola wird genennet / wann die axis derselben vber den verticem hinauß erlängert/ biß daß sie mit dem gegenvberstehenden latere deß Coni, so gleichergestalt erlängert/ concurriret. Derowegen sie auch der eusserē diameter zugleich mit genennet wird. als hier die lini L Y, welche von der axe E L vber den verticem L hinauß läufft biß in den Punct Y, dahin das latus Coni auch fortgezogē zusammen kompt. In der Ellipsi aber kan der grösser diameter L G zugleich mit latus transversum genennet werden.

20. Centrum sectionis wird in der hyperbola die mitte vom latere transverso genennet / ist allhier mit Z gezeichnet: in der Ellipsi aber köndte auch solches die mitte deß grössern diameters oder der Punct / in welchem sich der grösser vnd kleinere diameter zerschneiden/ als die mitte L G mit V gezeichnet/ genennet werden.

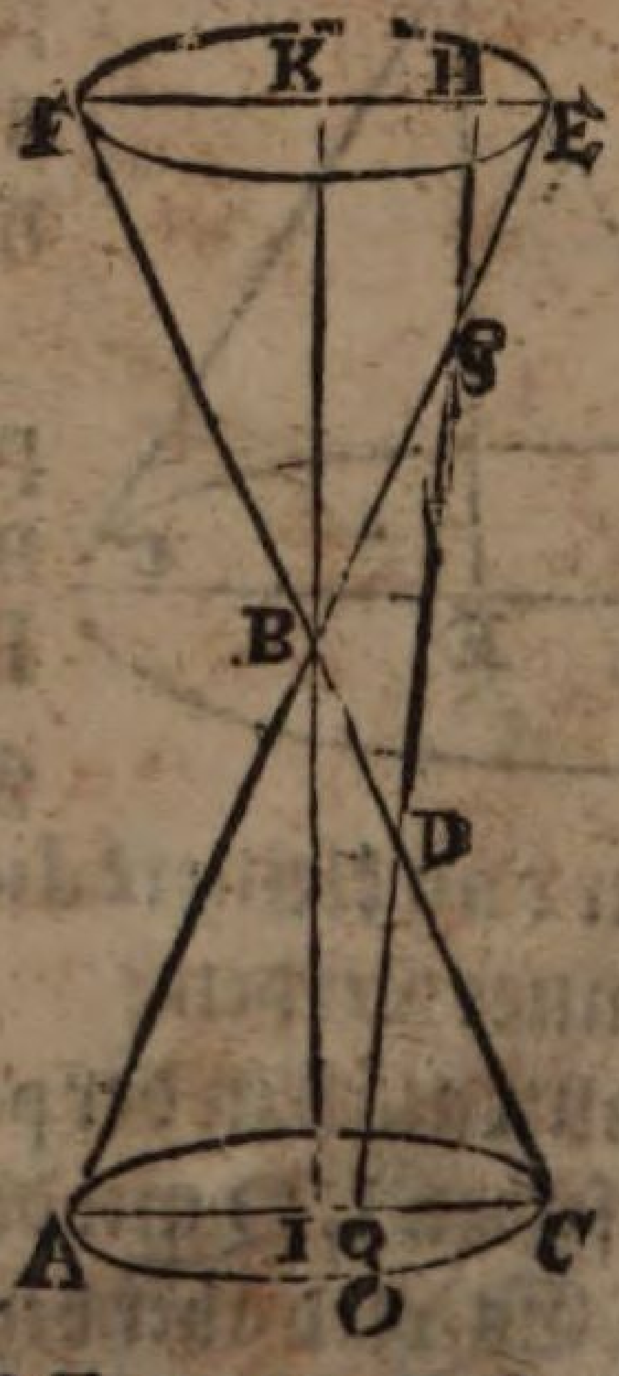
Wie man dann auch in der parabola den punctum K, als in welchem sich die section derselben L Q mit der axe B H zerschneiden / centrum sectionis nennen köndte. Es wird aber bey der hyperbola deßwegen dieser Punct Z centrum genennet/weil dessen diameter Y L mit seinem zusatz/gegen den se-

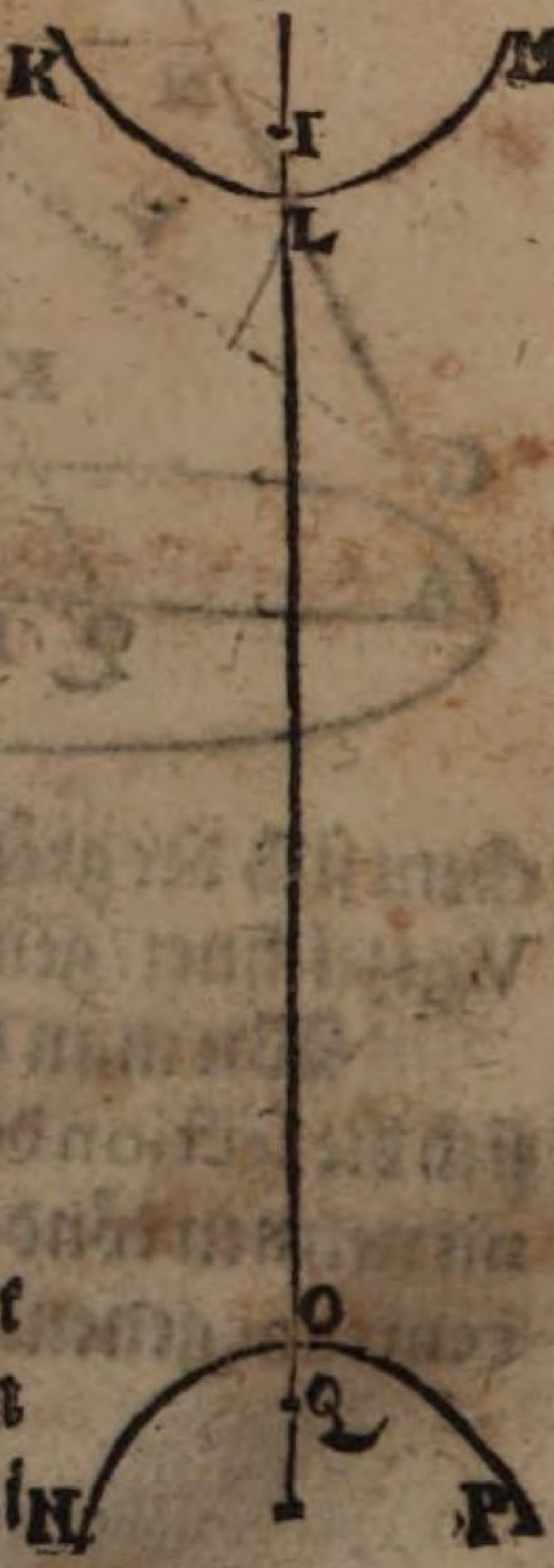
miordinaten eine proportz machet/ wie die stücker deß zerschnittenen diametri in der Ellipsi oder Circkel gegen ihren semiordinaten.

21. Asymptoti seu Intactæ, seyn zwo gerade Linien/nemblich die seiten eines Coni, welches am besten verstanden werden kan / wann die section der hyperbolæ in demselben der axi parallel seciret worden; solche nahen der krummen lini allzeit näher/vnd können doch/ wann sie schon in infinitum continuiret würden / nicht zusammen kommen. Als ABC sey ein Conus, dessen perpendicular section der hyperbolæ sey EF, Vertex E, vnd axis EF. Wann nun auß dem puncten H darinnen sich axis Coni vnd das latus primariū zerschneiden/die peripheria der section EF vnd das stück axis Coni, so von H biß in die basin CA reichet/ vnnd gleich ist der axi hyperbolæ EF, vmbzogen wird/als hier die hyperbola GHS. So wird die krumme Lini HS der geraden BA, vnd gegen vber die krumme HG der geraden BC, je mehr sie miteinander continuirt, je länger je näher / vnd doch in infinitum nicht zusammen kommen/oder dieselben berühren könen/dahero werden AB, BC asymptoti oder intactæ genennet.



22. Opponirte sectionen der hyperbolæ, werden genennet / wann zwey gleichförmige Coni auff einander gesetzet/ so sich mit beyder vertice berühren/ vnd beyder latera gerade Linien miteinander machen. Wann darnach durch beyde eine section der hyperbolæ mit einer geraden Lini gethan wird/ solches werden opponirte sectiones genennet: als auff den Conum ABC ist noch ein Conus FBE gesetzt/deren latera AB mit BE, vnnd CB mit BF gerade Linien machen/durch welche beyde mit der geraden





Lini

zum gH zwey sectiones Dg vnd GH gethan worden / so ist GH die opponirte section der section Dg, vnd GD dieser beyder latus transversum zugleich/ vnd seynd auch beyde sectionen nach jhren peripherien gleichförmig.

23. Centrum oppositum hyperbolæ ist/ wann auß einem angenommenen centro ein hyperbola gerissen / vnnd vber derer diametro oder latere transverso ein andere gleichförmig gesetzet wird / deren centrum reflexionis wird das opponirte centrum genennet: als Q ist das centrum reflexionis der hyperbolæ P O N, vnd I das opponirte centrum der K L M, das O L aber ist zugleich beyder latus transversum.

Vber dieses fällt auch in einem Cono scaleno, bey der Ellipsi ein andere section, so Apollonius in der 5 pr: deß 1 Buchs Subcontraria nennet/ ist aber dieses orts gern außgelassen.

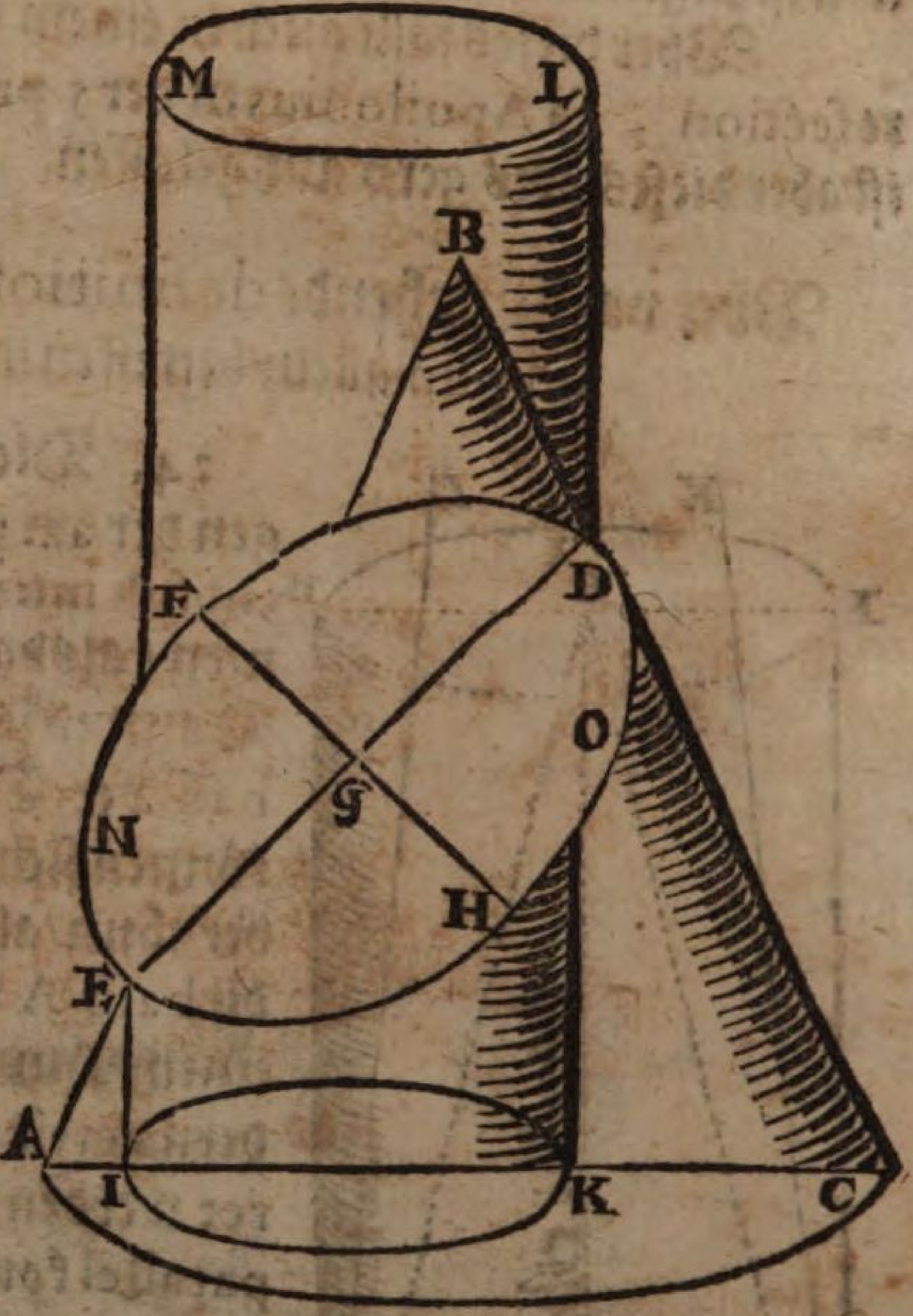
Vber vorhergehende definitiones können auch folgende/ so die Ellipsin allein betreffen/ in acht genommen werden.

24. Die seiten eines Coni können vnendlich gegen der axi proportionaliter fortlauffen / biß sie endlich miteinander vnd mit der axe parallel kommen / alsdann wird ein Cylinder darauß werden. Dann es sey ein Conus A B C, dessen circularische basis der Circkel A G C. Die seiten dieses Coni können sich gegen dem vertice B weiter von einander thun/ als hier A K, C L, welche letzlichen/ weil die basis A C weiter als K L von einander/ wider in einem Punct zusammen kommen/ vnnd einen andern verticem machen; welches so weit continuiret werden kan/ biß die seiten deß Coni der axi F B parallel kommen/ als allhier A E, C D, dann wird dieses corpus ein Cylinder genennet/ weil solches vnten vnd oben durch gleiche Circkel A G C vnnd E I D H abgeschnitten werden kan.

25. Dabey ist in acht zunehmen / daß so im Cylindro, auß einem Punct auff der seiten desselben / eine section , der basi nicht parallel gethan wird/ gibt solche eine Ellipsin, deren kleiner diameter gleich dem diametro der basis Cylindri. Als der Cylinder sey IHLK, die section der Ellipsis aber D E, so nicht der basi IK parallel, solches gibt die lineam Ellipsin ENFDOH, Deren kleiner diameter FH ist gleich der basi I K, oder HL: Vnd ob einen hierbey bedün-

duncken möchte/die peripheria der Ellipsis EFDH trette beym N vnd O vber den Cylinder weit herauß/so ist doch solches nicht/dann wann die superficies der basis nach proportion deß außsteigens/ vber einander gleichstehend kommen/wird sich das O erheben/das N aber nider geben / vnnd beyde Puncten mit der gantzen peripheria recht in die superficiem des Cylindri einschliessen. Sihe folgende erste figur.

26. Die Ellipsis kan zugleich auß einem Cono vnnd Cylindro secirt werden/vnd seynd beyde gleich vnd gleichförmig / wann der minor utriusque

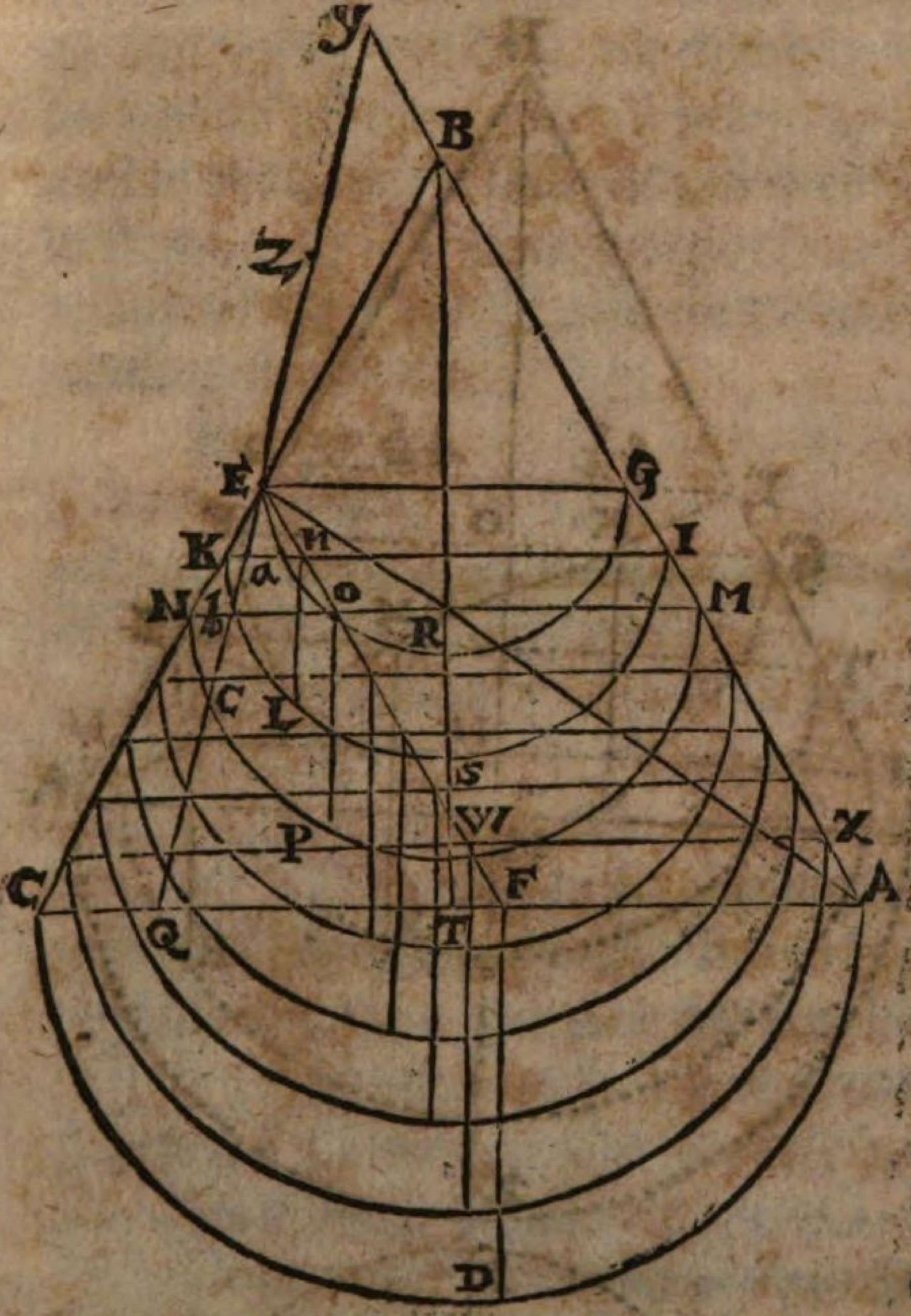


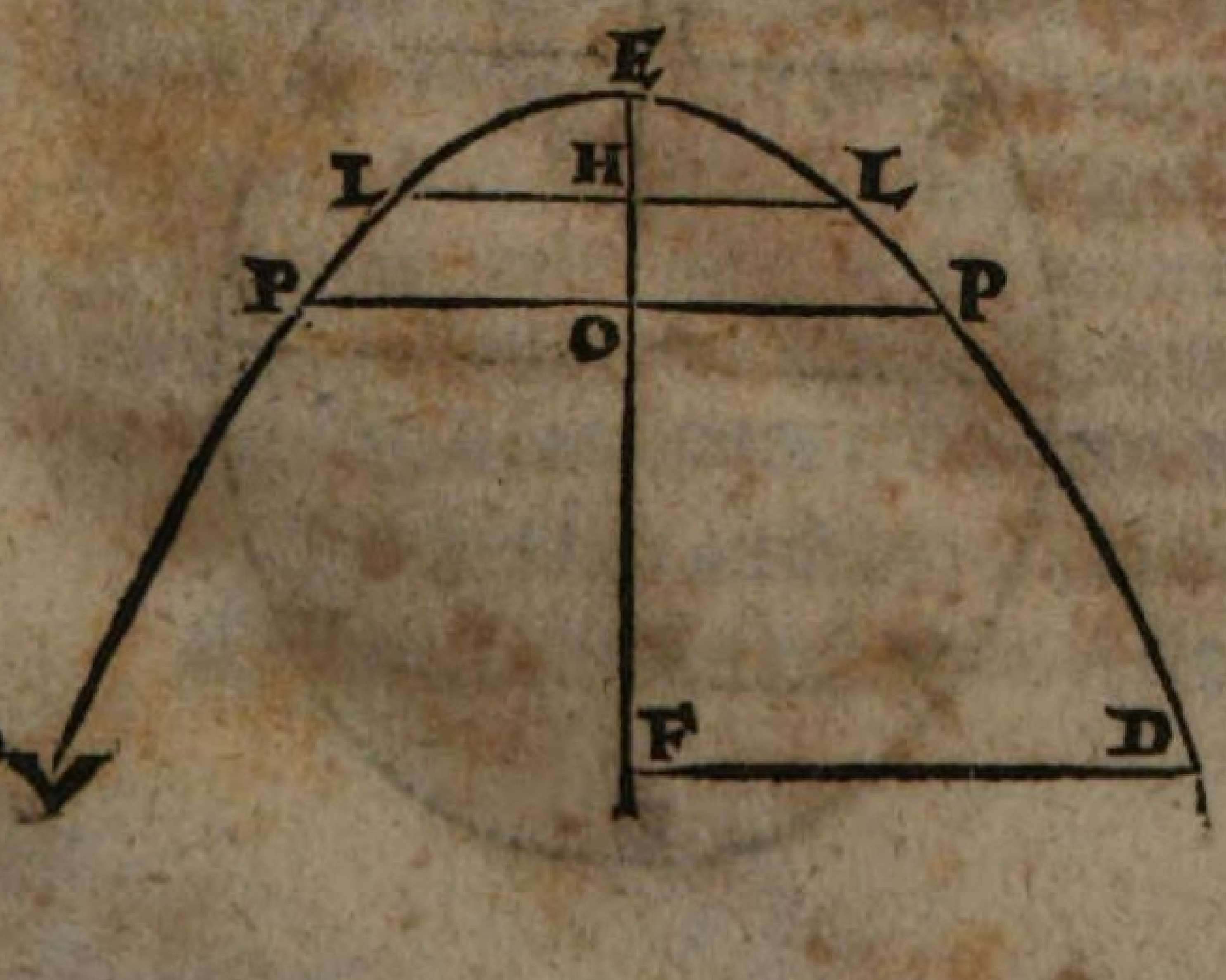
diameter der weite dem diametro basis Cylindri gleich ist: vnd was in vorigem von außtrettung der Ellipsis, so einen beduncken möchte / gesetzt worden/kan allhier gleichmässig gemercket werden.

Dieses seynd also die nötigste definitionen, so hiebey in acht zu haben. Wer sonsten weitere Lust / kan des Sereni Antinsensis Buch von der section des Cylinders vor sich nehmen.

Dieweil auch nötig seyn wil / ein etwas zu erklären / wie sich der Conus recht einzubilden / darmit man sich in den figuren bey nachfolgenden problematibus nicht jrren möge / als ist dieses in acht zunehmen.

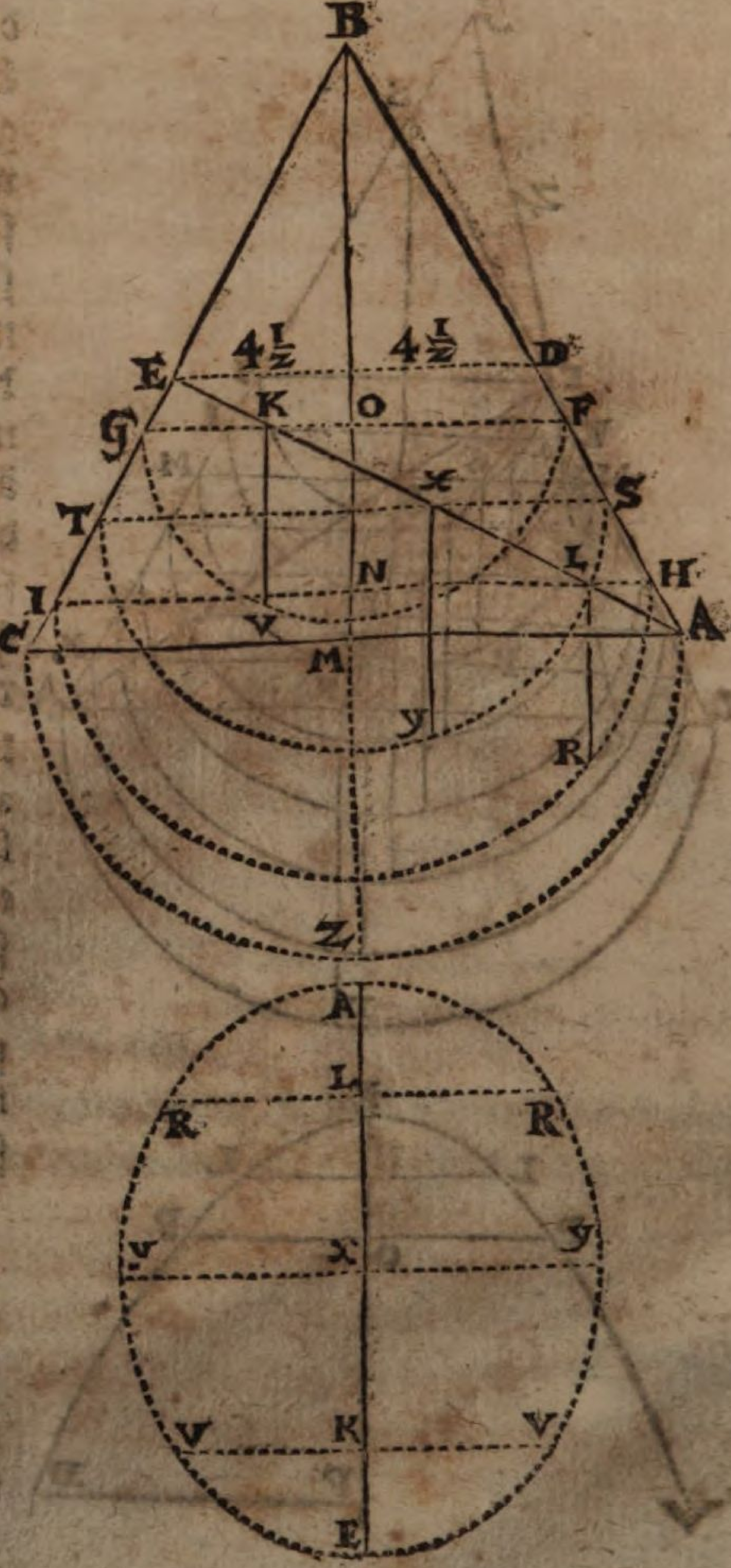
ES werde durch den Triangel ABC ein Conus verstanden / (welches folgends zu jeder zeit in acht genommen werden muß) dessen halbe basis der halbe Circkel ADC. Vertex Coni B. Centrum der basis T. vnd BT axis Coni. Durch diesen Conum werden nun so viel Linien als man wil der basi parallel gezogen / als da ist AC, MN, IK, GE vnd wo dieselbe die axem Coni zerschneiden / werde auß jedem durchschnittenen Punct ein centrum gemacht / vnd die Circkel ERG, KLI, NPM, vnd so fortan gezogen. So man nun eine section thun wil / als die section der parabolæ, so muß der anfang von dem ersten auff der seiten deß Coni angenommenen Puncten / als hier auß E, geschehen / vnd die Lini EF der AB parallel gezogen werden / so wird alsdann EF axis seyn der parabolæ, so hierauß seciret werden soll / wo diese EF die erstgezogene parallel Linien zerschneidet / als hier im H, O vnnd F, auß solchen Puncten werden perpendicular Linien an jhre circumferentzen gezogẽ / als HL, OP, FD, solches seynd die Linien so semiordinatæ genennet werden.





Fernners muß man sich einbilden / vertex Coni B, seye perpendicular vber sich in die höhe gezogen / also daß BT auff der basi AC zu rechten winckeln stehe / vnd die AB.

BD.BC einander gleich kommen/vnd alle gerissene Circkel gegen der basi parallel, vnd axi Coni BT zu rechten winckeln stehen / so wird die sectio EF den ersten Circkel GRE allein im E berühren / den andern I S K aber durch die Lini HL, den dritten M P N durch die Lini OP, vnd also folgende / biß am lezten die basin ACD durch die Lini FD zerschneiden / vnnd werden diese Linien mit der axe rechte winckel machen/vnd also EHL, EOP, EFD, rechte winckel seyn/welche so sie absonderlich gerissen/die Linien EF in beyden/wie auch auff die lezte die semiordinaten zu rechten winckeln/vnnd in solcher weite/wie die erste getheilet gewesen / die andere auch getheilet vnd eingetragen worden/ vnd lezlichen die eusseren puncten zusammen gezogen werden/ so wird DPLEV, die begerte parabola seyn.



Wil man aber ein andere section haben/als gesezt eine hyperbolam, solche sectio fält zwischen F vnd C, ist hier EQ: sol es aber ein ellipsis seyn/so felt die sectio zwischē FA vnd AB: seye hier EA, ohne die section EG gibt einen Circkel.

Weil lezlichen auch einen beduncken möchte / die Ellipsis auß dem Cono secirt, seye nicht gleichförmig / sondern weil der Conus oben spitziger als vnten / daß dahero auch in dieser section dieselbe oben eng vnten aber weit / vnd also einer Eyes form gleich seyn müste / dero meynung Albrecht Dürer in seinem Tractat vom Circkel vnnd Linial gewesen/in welchem er die drey sectiones Coni, auß dem Cono zureissen lehret/vnd die Ellipsin ein Eyründung nennet / welches den H. M. Danieln Schwentern im dritten buch seiner Geometrischen Pra-

Practic in der 12. Auffgabe folio 169. zu zweiffeln verursacht hat.

Ein ebenmässiges ist vom Herren Samuel Maroloys geschehen / welcher bey den definitionen seiner Geometrischen Practicæ im auffriß den fehler gar zu grob gezeichnet / derowegen ich vor nötig geachtet / solche gleichförmigkeit vorhin zu demonstriren.

Es seye nun ein Conus ABC, dessen Basis der Circkel AZC, vertex B, axis BM, vnd die sectio der Ellipsis EA, man nehme auff dem Diametro oder axe der Ellipsis EA zween puncten in gleicher weite von beyden enden / seyen L vnnd K / also daß LA vnnd KE einander gleich seyn / durch dieselben ziehe die Linien FG vnd HI, gleichmässig durch das mittel AE als durchs X ziehe die Lini ST, alle der basi AC parallel; wann nun auß O der Circkel FVG, vñ auß N der Circkel HRI gezogen wird / so seynd die rectangula FKG vnd HLI, vnd also auch ihre mittel proportionalen KV vnd LR einander gleich / dahero dann erfolgt / daß auch die gantze peripheria beyderseits gleich seyn muß / welches also erwiesen wird.

Die Linien DE, FG, ST, HI, seyn der basi AC parallel, auch KE vnnd LA, deßgleichen AH, FD, EG, IC, einander gleich / helt sich derwegen (a) wie AD zu DE, also AF zu FK, vnd auch AH zu HL. Item wie EC zu CA, also EI zu IL, vnd auch EG zu GK. (a) 2. prop. 6. Euclid.

Weil nun EK vnd LA einander gleich / so ist auch KG vnd LI zusammen gleich AC, vnd HL vnd FK zusammen gleich DE, dahero dieses proportionirte triangel, auch haben die triangel EKG vnd FKA den winckel K, Item HLA vnd ELI, den winckel L gemein / daß also auch / weil die triangel DAE vnd AEC zwischen parallel linien begriffen vnnd also gleicher höhe seyn (b) deßhalben eine proportion wie ihre bases haben / derowegen so hält sich wie DE zu AC, also HL zu KG, vnd verwechselt / wie FK zu LI, also HL zu KG, stehet in stelle der proportion also: (b) 1. prop. 6 Euclid.

Wie FK zu LI, also HL zu KG.

Weil nun (c) bey vier proportionirten grössen das rectangulum von der ersten in die vierte stelle / gleich dem rectangulo von dem andern in die dritte stelle / so erfolgt / daß das rectangulum von FK in KG, gleich sey dem rectangulo von HL in LI. Vnd weil die rectangula gleich seynd (d) auch die mittel proportionalen oder semiordinatæ LR vnnd KV, so in gleicher weite von den enden A vnd E stehen / einander gleich / so ist dahero auch die peripheria der ellipsis an einem orte so weit wie am andern. (c) 6. prop. 6. vñ 14. pr. 7. Eucl. (d) 13. pr. 6. Euclid.

Solches kan auch durch zahlen leichtlich gesucht vnd probiret werden.

Es seyen die seiten deß Coni AB vnd BC jedes $17\frac{1}{2}$ der Diameter der Basis

AC 21. EC 10. vnd EB $7\frac{1}{5}$. Darauß wird DE 9. Vnd AE 17 bekant / auch seyen AH. IC. EG. FD einander gleich vnd jedes 2. Dann werden die vbrigen stücke / so von nöthen / also gefunden. Wie

EC 10. zu CA 21. Also EG 2. zu KG. $4\frac{1}{5}$.

AD. 10 — DE 9 — AF 8 — FK $7\frac{1}{5}$

Ferners wie

EC. 10 — CA. 21. — EI. 8 — IL. $16\frac{4}{5}$

AD. 10 — DE. 9 — AH. 2. — HL. $1\frac{4}{5}$

Man multiplicire KG. $4\frac{1}{5}$ mit FK $7\frac{1}{5}$ kompt — $30\frac{6}{25}$ vor die mittel proportional KV. Ebenmässig IL $16\frac{4}{5}$ mit HL $1\frac{4}{5}$ kompt ebenmässig — $30\frac{6}{25}$ vor die mittel proportional LR, weil nun beyde producta gleich / so erfolgt darauß was zubeweisen vonnöten war.

Folgende Lemmata seynd nötig zuverstehen / ehe zu den Propositionen geschritten wird.

LEMMA I.

Wann vier zahlen zusammen gesetzter proportion, deren sich die erste helt zu der andern / wie die dritte zu der vierdten / vier andere / sie seyen gleich dieser selbst / oder eines andern geschlechts / zugesetzt werden / So helt sich das product der ersten beyden stellen / zum product der andern beyden stellen / wie das product der beyden dritten / zum product der beyden vierdten stellen.

In der 22. prop. deß 6. Euclidis wird erwiesen / wann vier proportional Linien oder zahlen gegeben / daß die darauff gesetzte gleichförmige Figuren gleichmässig proportional seyen / das ist / wann gegen die proportional zahlen andere proportionirte gesetzt werden / daß die producta auch proportional verbleiben.

Solches weisen folgende exempel:

Wie — 3 zu — 7 — also 6 zu — 14 / denen werden diese zahlen wider zugesetzt 3 zu — 7 — 6 — 14.

Ihre Quadrata 9 — 49 — 36 — 144.

Oder

Oder wie

Die erste zahl — 3 — 7 — 9 — 21.
Die andere — 15 — 18 — 33 — $39\frac{3}{5}$

45 126 — 297 — $831\frac{3}{5}$

37422.

37422.

Also ist es auch mit andern vorfallenden exempeln/welche dann durch die 6. prop. deß 6. vnd 14. prop. deß 7. Euclid. daß die producta auß der ersten in die vierdte/vnd andern in die dritte zahl/gleich seyn/probiret werden.

LEMMA II.

Wann vier zahlen zusammen gesetzter proportion, vier andere proportionirte zugesetzt werden/doch also/daß die erste stellen beyder proportionen, wie auch die dritten in beyden einander gleich seyn / so ist das product so gemacht wird auß der andern stelle der ersten/ in die vierte stelle der andern proportion, gleich dem product der zweyten stelle zweyter proportion, in die vierdte stelle erster proportion.

Solches weiset folgend Exempel:

Die I. proportional zahln — 20 — 8 — 5 — 2 } product { 12.
Die anderen — 20 — 6 — 5 — $1\frac{1}{2}$ } product { 12.

Die ersten stellen beyder proportionen seyn 20. vnd die dritten stellen 5. Weil nun 5 gegen 20 eben die ration hat/wie 2 gegen 8/oder $1\frac{1}{2}$ gegen 6/das ist/wie 1 gegen 4. So hält sich auch 8 gegen 6 wie 2 gegen $1\frac{1}{2}$. Dahero das product von 8 in $1\frac{1}{2}$ als 12/gleich dem product von 6 in 2.

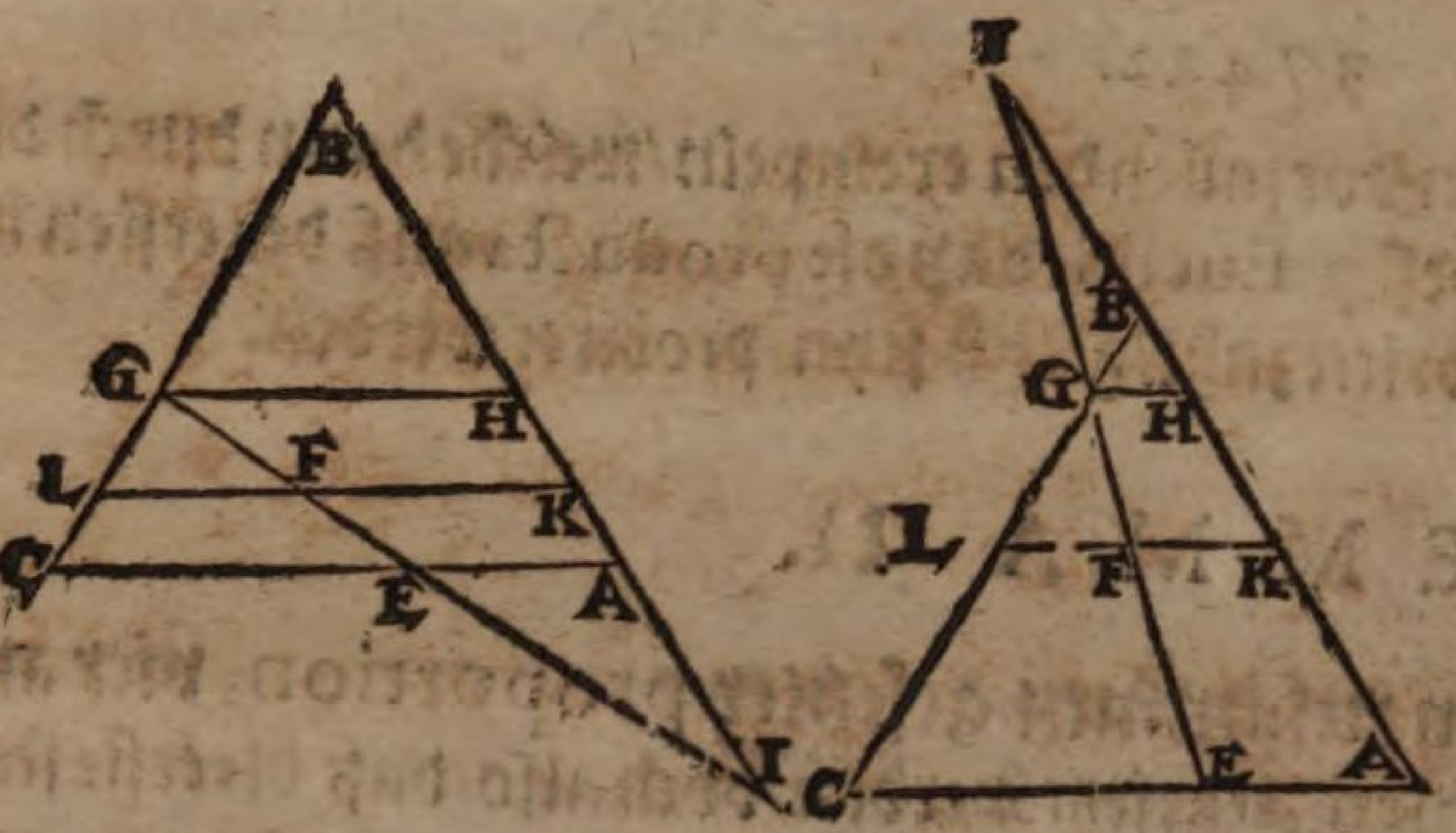
8 — 6 — 2 — $1\frac{1}{2}$

12

12

LEMMA III.

WAnn in einem Triangel eine seite erlängert / vnd auß einem punct der erlängerung eine Lini auff die gegenvberstehende seite deß Triangels geführet / vnd derselben im Triangel auch etzliche parallel linien gezogen werden / so werden die rectangula von den stücken so diese linien miteinander zerschneiden / proportioniret seyn / also daß sich halten wird wie das rectangulum IFG zum rectangulo KFL. Also das rectangulum IEG zum rectangulo AEC.



Dieses ist das erste lemma: nur was in jenem von zahlen gesagt / wird allhier in Linien verstanden:

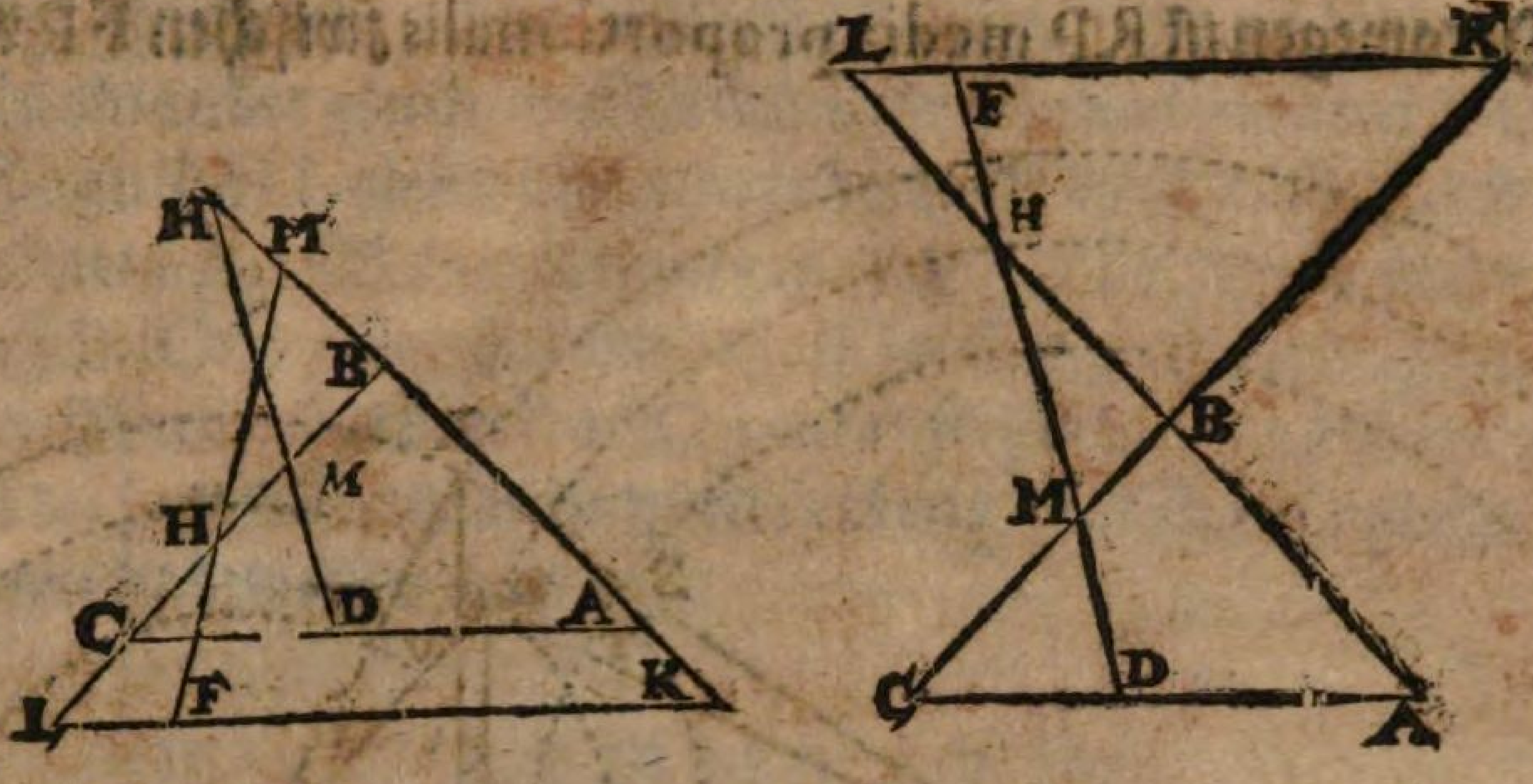
Dann weil sich hält / wie — IF — FK — IE — EA
Vnd wie — GF — FL — GE — EC

so seynd diese proportionirte Triangel zusammen gesetzt / vnnd werden nach dem ersten Lemmate die rectangula auch proportional seyn; derowegen hat das rectangulum IF in FG, so von zweyen seiten des Triangels gemacht worden / vnd den winckel F gemein haben / eben eine solche proportion zum rectangulo KF in FL, wie das rectangulum IE in EG zum rectangulo AE in EC, welches zu beweisen war.

LEMMA IV.

WAnn zween gleichförmige Triangel ABC vnd KBL vber oder in einander also geschrieben / daß sie den winckel B gemein haben / vnd folgends in der erlängerung AB auß M die Lini MF / vnd auß H die Lini HD also gezogen wird / daß HD gleich MF vnd die stücker DM vnd HF jederzeit einander gleich seyn / so ist das rectangulum KFL gleich dem rectangulo ADC.

Weil



Weil HD vnd MF einander gleich seyn/also auch HF vnd MD/so ist auß vorigem lemmate abzunehmen / daß sich das rectangulum HDM zum rectangulo ADC verhalte/wie das rectangulum MFH zum rectangulo KFL. Nun ist das rectangulum HDM vnd MFH einander gleich/ weil sie gleiche latera haben / dahero erfolgt / weil sie gleichmässig zu den rectangulis ADC vnd KFL eine gleiche proportion haben/daß dieselben auch gleich seyn müssen/welches allhier zu beweisen war. Vnd ist auch auß dem andern lemmate gleichmässig zu demonstriren.

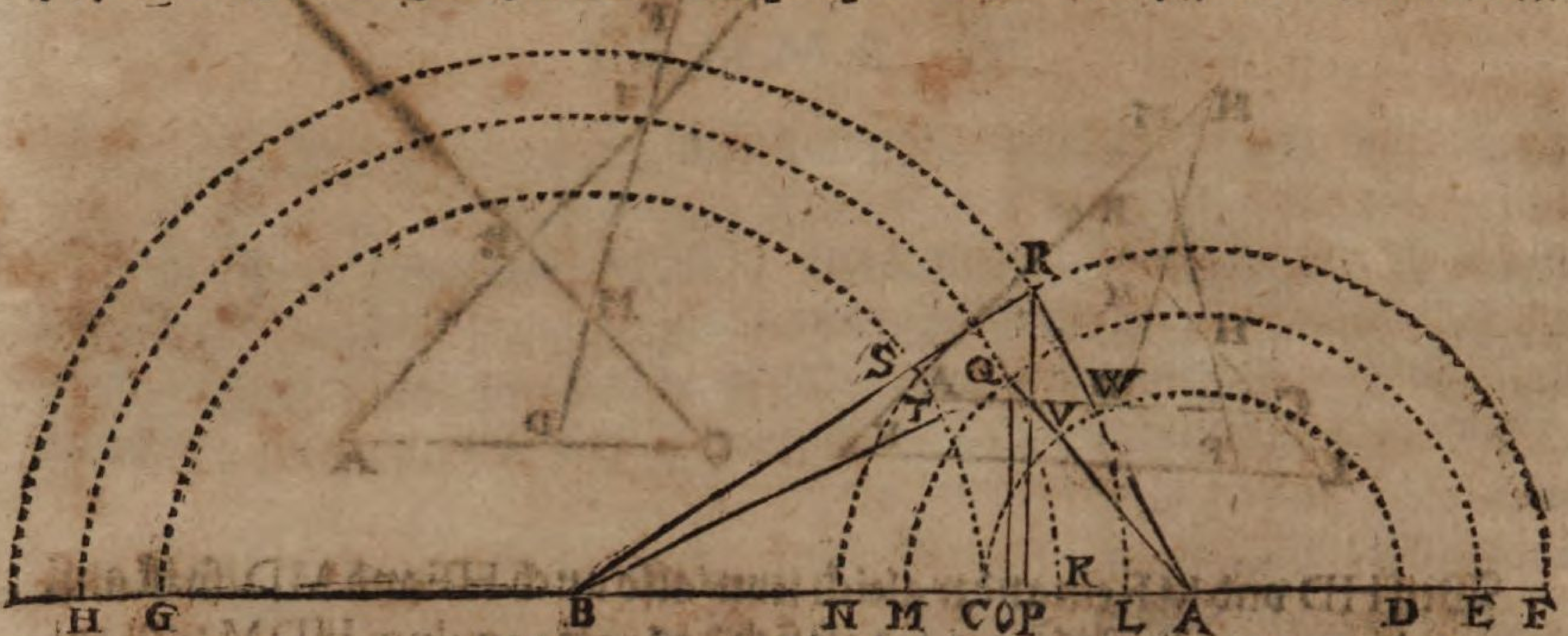
LEMMA V.

WAnn eine lini AB im C in zwey vngleiche Theile getheilet vnd jedem theil ein gleiches stück CK vnd CM zugesetzt/folgends auß denselben / als von AM vnnd BK auff AB ein Triangel AQB gemachet/der perpendicul QO gefället/vnd denn zu den stücken AC vnd CB widerumb zwey gleiche stück CL vnd CN zugesetzt/darauß widerumb ein Triangel ARB formiret, vnd der perpendicul RP gefället wird/so helt sich CO zu TQ wie CP zu SR.

Zur Demonstration erlängere AB zu beyden seiten ins F vnnd I, vnnd ziehe auß A den semicircul CWD. Vnnd auß B den semicircul CSG. fermers ziehe mit AM, als dem einem stück mit dem ersten zusatz / den semicircul MQE, vnnd mit BK den semicircul KQH. So ist QO media proportionalis zwischen EO vnd OM im semicircul MQE, wie auch gleichmässig zwischen HO vnd OK im semicircul KQH, dahero hält sich/ wie AB zu KM, also AC zu OK vnd BC zu OM. Widerumb werden auch auß AN vnd BL die semicircul NRF vnd LRI gezogen / solche zerschneiden

sich

sich im R. Derowegen ist RP media proportionalis zwischen FP vnd PN im

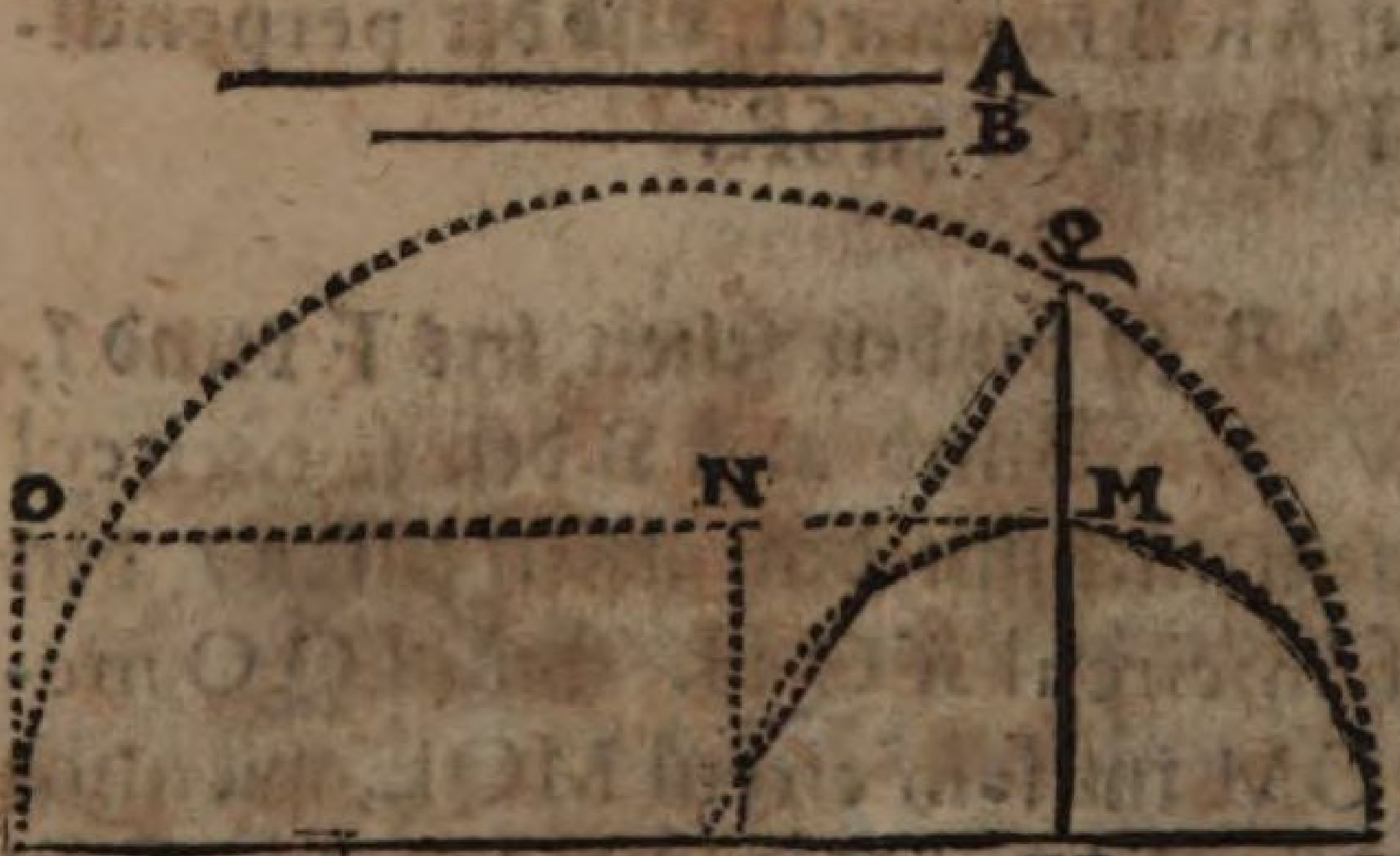


semicircul FRN. Wie auch gleichmässig zwischen IP vnd PL im semicircul LRI. Nun ist CO vnd OK gleich CM, vnd CP, vnd PL gleich CN oder CL, helt sich derowegen CO zu CP, wie CK zu CL. Vnd wie CO zu CK, also CP zu CL. Weil dann CK, QT, vnd QV, wie auch CL, SR vnd RW einander gleich/so hält sich auch CO zu QT, wie CP zu RS. welches allhier zubeweisen begehret worden.

LEMMA VI.

Auß bekand gegebener seiten eines Quadrats ein rectangulum zu machen/so gleich diesem Quadrat, von welchem/wann man das Quadrat seiner breite abnimbt/ die andere seite deß bleibenden rectanguli, gleich einer gegeben Lini sey.

Die seite deß gegebenen Quadrats sey B, die gegebene Lini aber mit A signirt, auß welcher das begeren gesuchet werden soll / so ziehe ein vngefehre gerade Lini GF, auff dieselbe setze ein winckelrechte HQ, vnd mache HC gleich der Linien A, so zertheilet werden soll/ vnd HQ dem gegebenen Quadrat B. Wann nun diese Lini CH im D in zwey gleiche theile getheilet / vnd darnach auß D der semicircul, GQK gerissen wird / so ist GH eine seite/vnnd HK die andere seite deß begertẽ rectãguli; dann weil CD vnd DH gleich/ vnd D das Centrum eines Circkels/



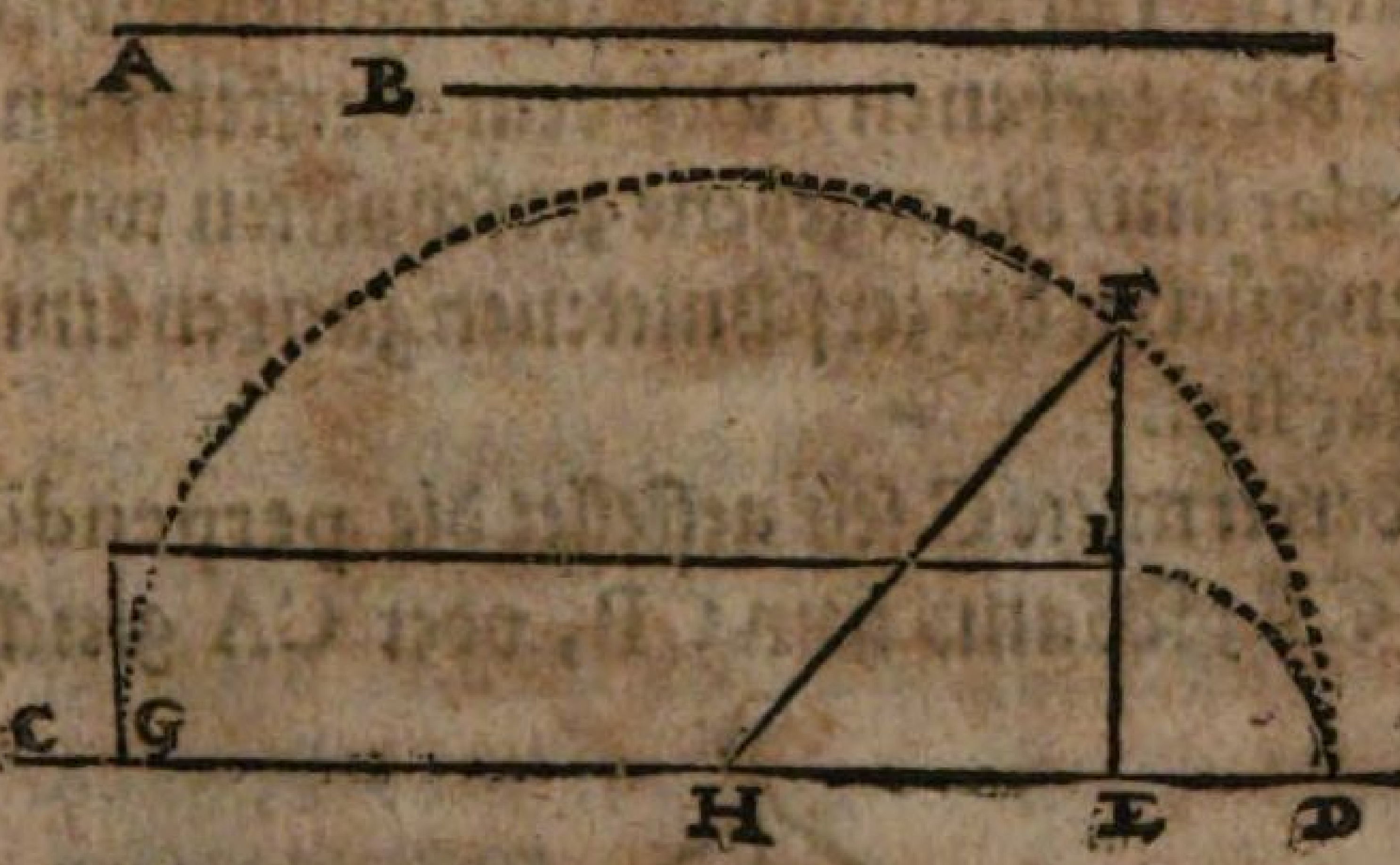
auß welchem/wann der semicircul GQF gezogen wird/ so ist das rectangulum von GH in HK gleich dem gegebenen Quadrat HQ. Weil nun CD vnd DH ein-

DH einander gleich/vnd zusammen/gleich der gegebenen Linien A, so ist auch CG vnd HK einander gleich/weil sie mit einem semidiametro DQ gemachet worden; So auch HL gleich HK gemachet wird/so ist LG gleich der HC oder der gegebenen A. Wann derowegen auß GH vnd HK oder HM ein rectangulum HMOG gemachet wird/so ist solches gleich dem gegebenen Quadrat HQ. Wann darvon das Quadrat seiner breite LHMN genommen wird/ so ist die seite GL am bleibenden rectangulo GLNO gleich der gegebenen Lini A, wie zu beweisen war.

LEMMA VII.

Eine gegebene Lini in zwey Theile zu theilen / daß das rectangulum von beyden stücken/einem gegebenen Quadrat gleich sey.

Die gegebene Lini sey A, das gegebene Quadrat B/ dessen seiten doch jederzeit kleiner als die helffte der gegebenen Lini seyn muß/ziehe derowegen ein vngefehre lini CD, auff dieselbe setze in der länge deß Quadrats B die winckelrechte EF. Nim ferners mit einem Circkel die helffte der gegebenen lini A / setze einen fuß desselben ins F/ den andern felle aber auff die gerissene Lini/kompt ins H. So nun auß H der Circkel GFD gerissen wird/so ist GD gleich der gegebenen Lini A, vnd weil EF gleich dem Quadrat B, vnd also media proportionalis zwischen GE vnd ED/ so ist GE das ein/vnd ED das andere theil/vnd also das rectangulũ GI gleich dem quadrat B oder FE/ wie zu demõstriren begeret worden.

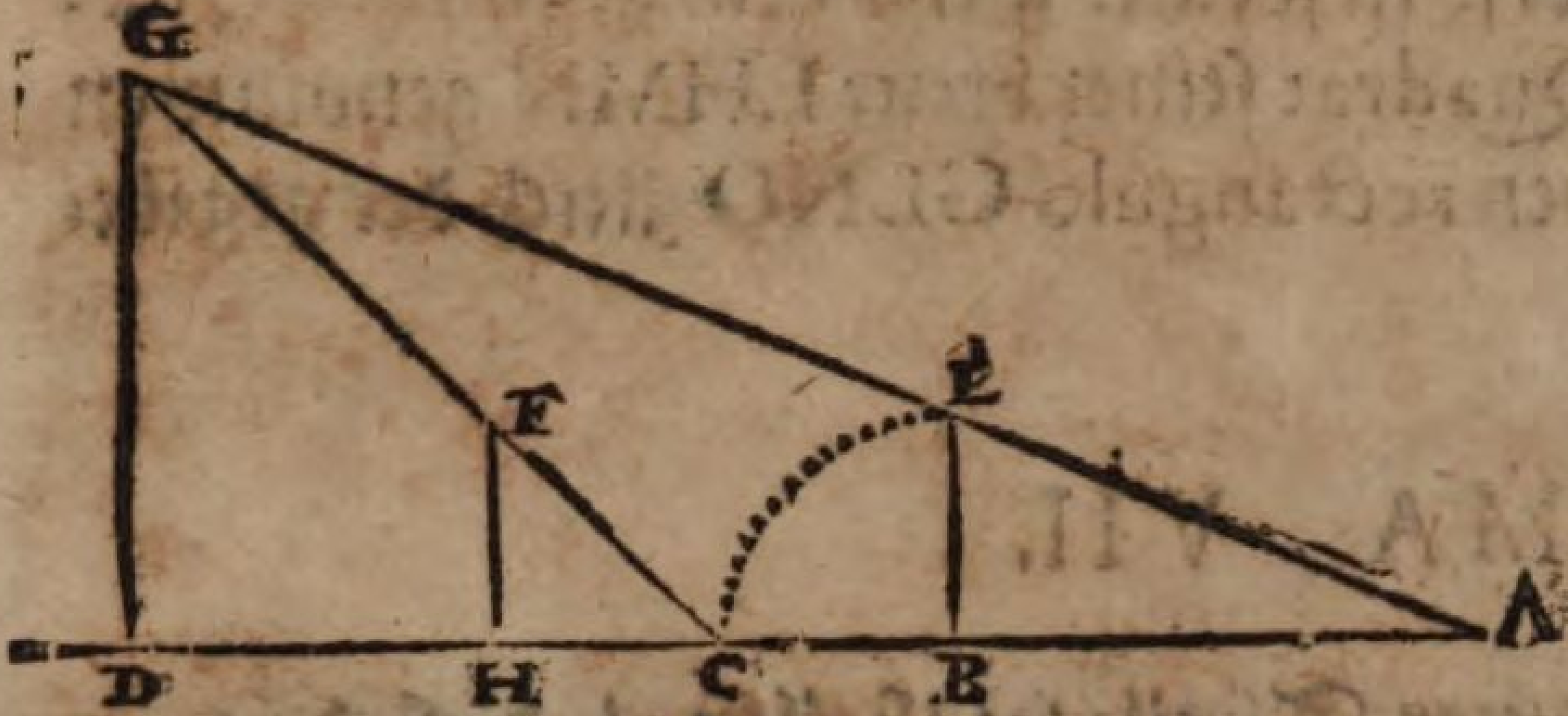


LEMMA VIII.

Wann ein gerade Lini in zwey vngleiche theile zertheilet worden / an dieselbe ein zusatz zuthun / also daß sich halte das eine stück zum andern/wie die gantze Lini mit dem zusatz / zu dem zusatz.

Die gegebene Lini sey AC so im B zertheilet/ zu dieser soll noch ein stück CD gefunden werden/das sich halte wie AB zu BC/also AD die gan-

ge Lini mit dem zusatz/zum zusatz CD. Dieses zu verrichten setze vff den punct B ein winckelrechte BE gleich dem stück BC, vnd ziehe durch A vnd E die Lini AG. Erlängere auch AC vngefehr ins D, auff der CD setze nach gefallen die winckelrechte HF, vnd mache CH gleich HF: wann nun durch C vnnd F ein

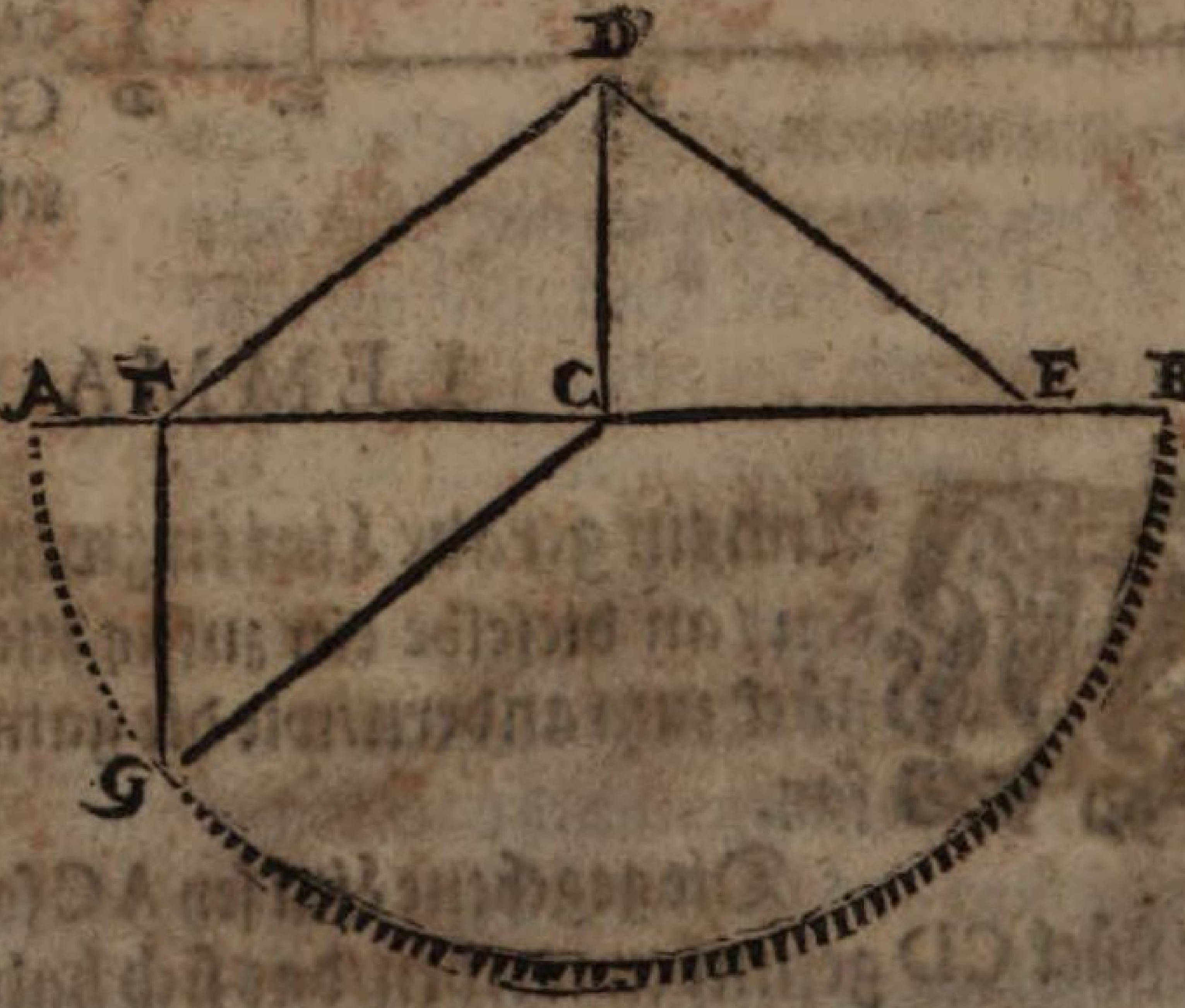


Lini gezogen wird/solche zerschneidet AG im G. Derowegen so felle man die perpendicular GD, so sage ich/daß CD das begehrte stück sey/vnd helt sich wie AB zu BC, also AD zu CD: Dann CB ist gleich BE. Vnd weil auch CH vnd HF einander gleich/vnd GD der FH parallel, so ist auch GD gleich CD. Weil sich dann nun hält/wie AB zu BE, so gleich ist BC, so hält sich auch AD zu DG, so gleich DC, wie begehret worden.

LEMMA IX.

Wann eine gegebene Lini in zwey gleiche Theile getheilet/ vnd auß deren mitte ein andere/ so doch kürtzer als die helffte der gegebenen/perpendiculariter zu rechten winckeln gestellet/vnd folgends mit der helffte der gegebenen / auß dem obersten puncten solcher perpendicular lini/ die gegebene zerschnitten wird/ so ist das rectangulum von den beyden stücken der zerschnittenen gantzen Lini/ gleich dem Quadrat der perpendicular lini.

Die gegebene Lini sey AB, auff deren mitte C sey gestellet die perpendicular lini CD/so kürtzer als CA oder CB; Wann nun CB, oder CA gleich DE oder DF gemachet wird/ so sage ich / daß das rectangulum AEB, oder BFA / gleich sey dem Quadrat DC. Man mache auß AB ein diametrum, vnnd reisse den semicircul AGB/ so ist dessen semidiameter CB oder CG gleich ED. Wañ nun auß F die perpẽdicular FG, vnd CG gezogen wird / so ist FG media proportionalis zwischẽ AE vñ EB/ vnnd also das Quadrat FG



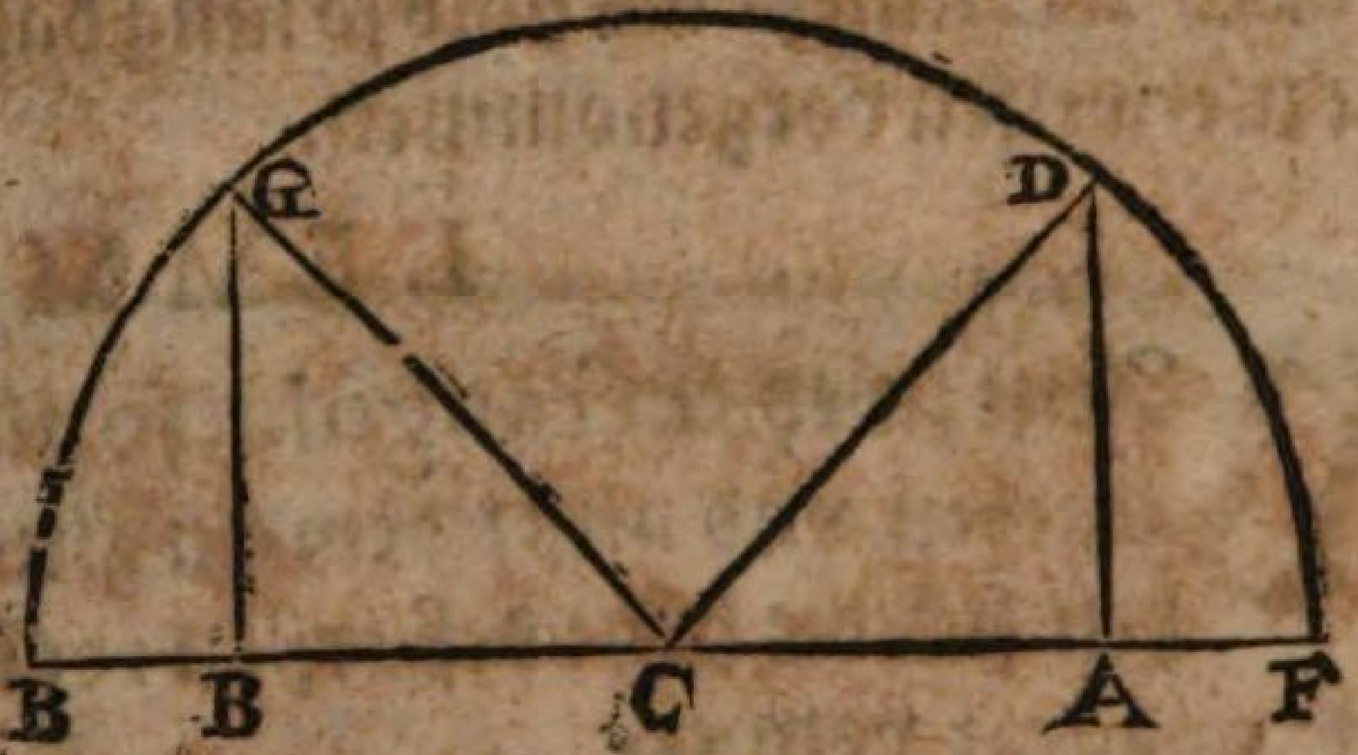
gleich

gleich dem rectangulo AEB. Nun seynd die Triangel DCF vnd GFC recht winckelicht/vnd haben die basin CF gemein / vnnd seynd die hypothenusen CG, FD, gleich/derowegen ist auch FG, vnd CD, gleich/vnd also das rectangulum AEB gleich dem quadrat CD/wie zu erweisen begehret worden.

LEMMA X.

Wann man eine gegebene Lini in zwey gleiche Theil zertheilet/vnd auff ein ende eine perpendicular Lini setzt/vnd folgends auß der mitte der gegebenen/mit der distantz biß in obersten puncten der gezogenen perpendicularen die erlängert gegebene Lini zerschneidet/so ist das rectangulum von der gegebenen lini mit dem erlängerten stück/in das erlängerte stück/ gleich dem quadrat der gezogenen perpendicular lini.

Die gegebene lini sey AB / die perpendicular vffm ende AD, oder der gleich BG, wann nun auß der mitte C/mit der distantz CD / oder CG/vff die erlängerte AB / die puncten F oder E gezeichnet werden/ so sage ich/daß das rectangulum von BFA gleich sey dem quadrat AD.

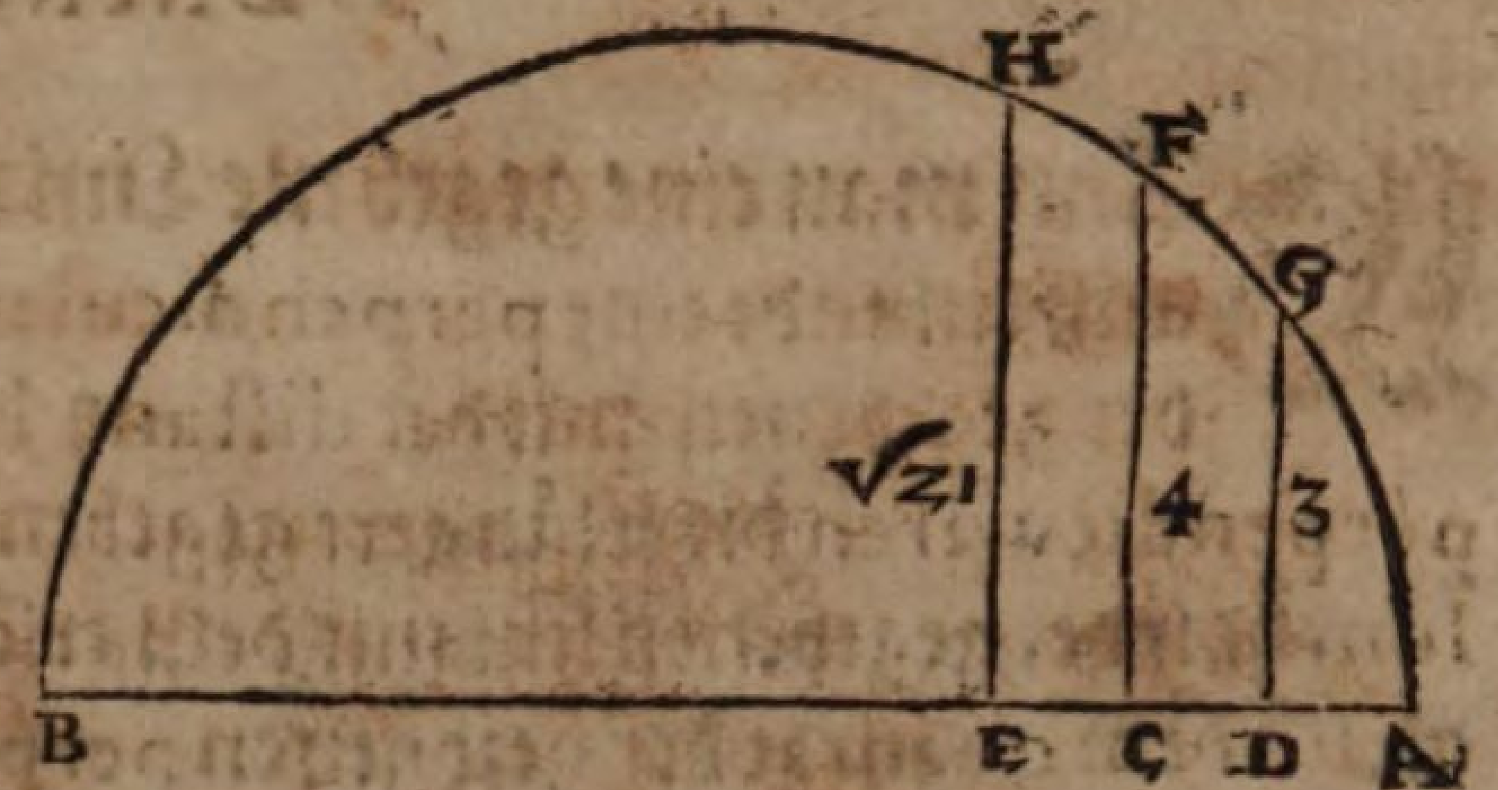


Man reisse auß C in der weite CD oder CG, den semicircul FDGE, solcher zerschneidet die erlängerte AB im F vnd E, wird also FA gleich EB. Nun ist AD media proportionalis zwischen EA vnd AF/vnd also das rectangulum EAF gleich dem quadrat AD. Weil nun AF vnd BE gleich/so ist auch das rectangulum BFA gleich dem quadrat AD / oder das rectangulum AEB gleich dem quadrat BG, wie zu erweisen begehret worden.

LEMMA XI.

Wann eine Lini in zwey vngleiche Theile zertheilet/ vnnd darzwischen eine mittel-proportional lini gesuchet wird / ist alsdann die mittel proportional halb so lang/als das grosse stück / so ist das kleinere stück ¼ deß grössern/oder halb so lang/wie die mittel proportional. Ist sie aber weniger als halb so lang/so ist das kleinere stück auch weniger: so sie aber mehr als halb so lang/so ist das kleinere stück auch mehr als ¼ vom grössern / oder mehr als die helffte der mittel proportional.

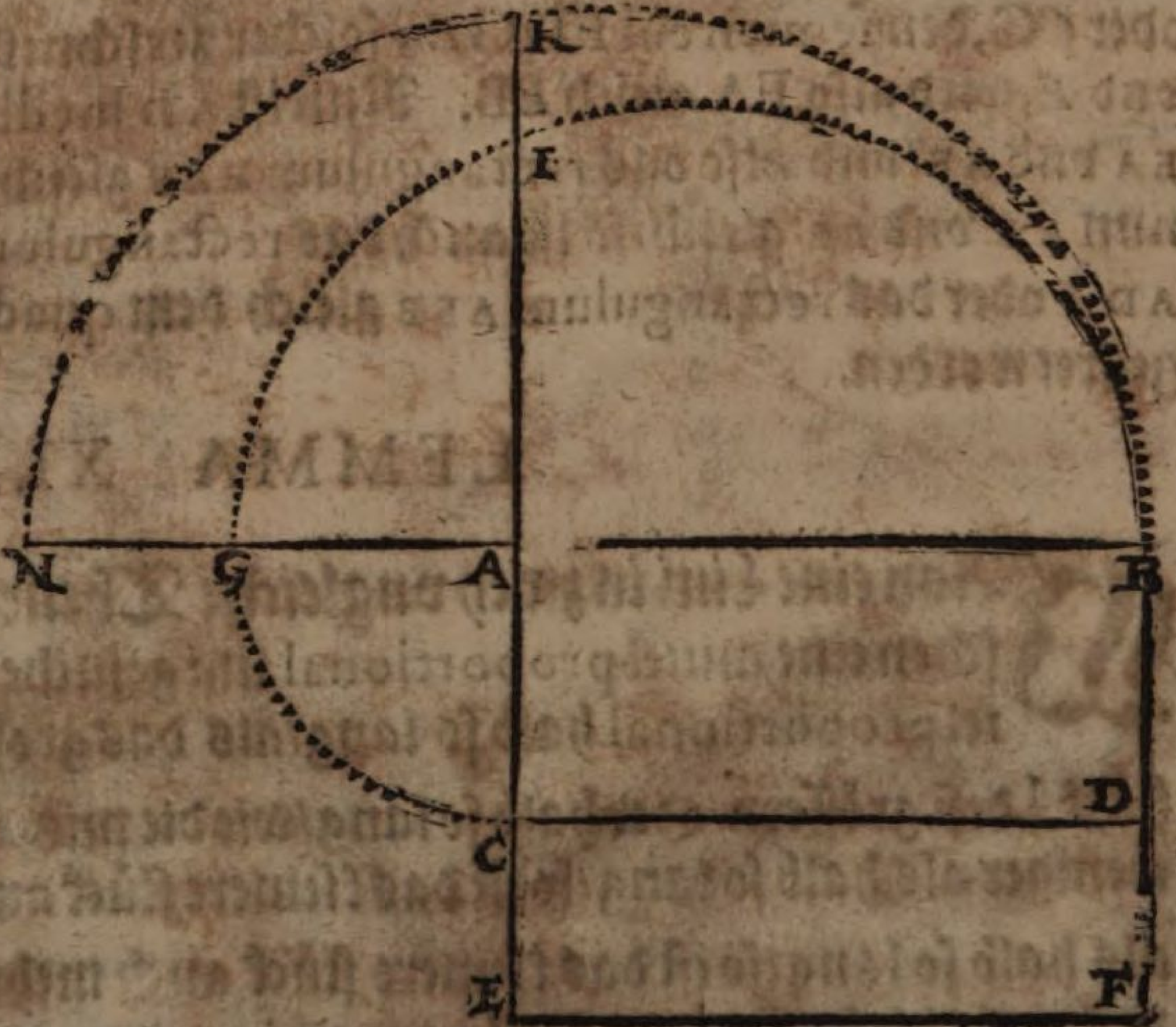
Die gegebene Lini sey AB, vnd halte 10. seye im C in zwey vngleiche theile zertheilet/ also daß AC 2. vnnd CB 8. so ist CF media proportionalis zwischen AC vnd CB/ nemblich 4. derowegen hält sich CB 8. zu CF 4. wie CF 4. zu AC 2. Nun ist FC 4. halb so lang als BC 8. derowegen ist auch AC 2. halb so lang als CF 4. oder $\frac{1}{4}$ von CB 8. wie begeret worden.



Widerumb AB werde im D also zertheilet/ daß AD 1. vnd DB 9. derowegen ist DG 3. dann wie sich helt BD 9. zu DG 3. also DG 3. zu DA 1. Weil nun GE 3. weniger als halb DB 9. so ist auch AD 1. weniger als halb DG 3. Letzlichen sey AB im E zertheilet also/ daß AE 3. vnd EB 7. so ist alsdan EH, ℞ 21. welches mehr dann halb so lang als EB 7. derowegē ist auch AE 3. mehr als halb so lang dañ EH, ℞ 21 oder mehr als $\frac{1}{4}$ von EB 7. wie zuerweisen vorgenommen.

LEMMA XII.

Wann zwey rectangula, so gleicher breite/ aber vngleicher höhe/ gegeben/ vnd auß jedem ein gleichhaltendes quadrat gemacht wird/ so helt sich die höhe deß ersten rectanguli zu der höhe deß andern / wie das quadrat vom ersten zum quadrat vom andern.



Die rectangula seyen AD/ vnd AF/ vnd beyder breite ist AB/ deß ersten höhe aber AC/ vnnd deß andern AE. So haben dieselben (a) ein proport℞ zusammen/ wie jhre bases: denn wie sich hält die basis AC, zum rectangulo AD / also deß andern basis AE, zum rectangulo AF.

(a) 1. vñ 23. prop. 6. Eucl.

Mache

Mache ferrners AG gleich AC/vnd AN gleich AE/ Erlängere auch AE ins K/vnd suche zwischen GA/so gleich AC/vnd AB die mediam proportionalem AI/vnd zwischen AN, so gleich AE, vnd AB, die mediam proportionalem AK, so ist das quadrat AI gleich dem rectangulo AD: Vnd das quadrat AK gleich dem rectangulo AF (a) derowegen helt sich/wie GA zum quadrat AI, also NA zum quadrat AK, welches allhier begehret worden. (a) I. prop. 6. Euclid.

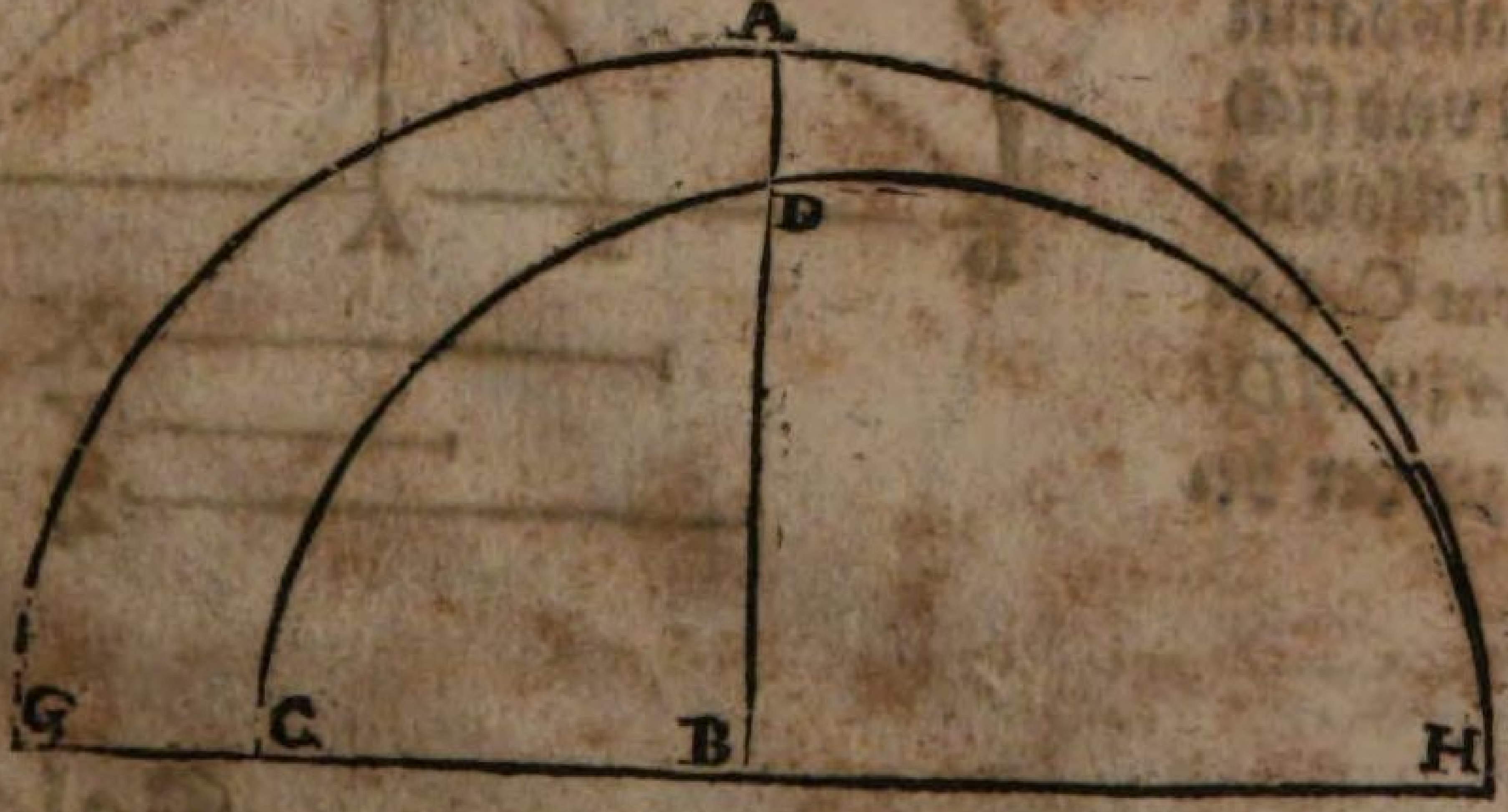
LEMMA XIII.

Wann zwo oder mehr Linien gegen zwey oder mehr quadrata also proportional, daß eine Lini sich helt zu einem quadrat, wie die andere Lini zum andern quadrat, vnd ie zu zweyen die dritte in continuirter proportion gesuchet wird/so werden solche dritten Linien gleich seyn.

Die linien vnd quadrata seyn in voriger Figur wie GA, zum quadrat AI, also NA zum quadrat AK, Wann nun zu GA vnd AI die dritte in continuirter proportion gesuchet wird/kompt AB, vnnd zu NA, vnnd AK, kompt gleichmässig AB. Dann (b) das quadrat AI ist gleich dem rectangulo AD, vnd das quadrat AK gleich dem rectangulo AF. Weil sie nun eine höhe vnd proportion, wie jhre bases haben/ so erfolgt auch/ daß jhre höhen/ das ist/die dritten in continuirter proportion gleich seyn müssen. (b) 13. pr. 6.

LEMMA XIV.

Wann zwo Linien gegeben/vnnd zum Quadrat der ersten ein ander Quadrat gesuchet wird/so zu demselben eine proportz wie die erste lini zur andern lini/so ist das gesuchte Quadrat medium proportionale zwischen den gegebenen linien.



Die zwo linien seyen AB, vnd BC/vnnd soll zum Quadrat AB ein anders gefunden werden/das sich halte zum Quadrat AB/wie die lini AB zu BC/solches wird (c) das Quadrat BD. Dann wie GB, so gleich BA/ zum Quadrat BA, also CB zum Quadrat BD. So sage ich nun/daß BD me- (c) 12. lemma hujus.

 dia

dia proportionalis sey zwischen AB, vnd BC, oder das Quadrat BD sey gleich dem rectangulo ABC.

Suche zu der lini AB, vnd dem Quadrat AB, die dritte in continuirter proportion, das ist/ mache auß AB ein Radium, vnd ziehe den semicircul HAG, so seynd BG, AB, vnd BH, als drey in continuirter proportion einander gleich/ wird derowegen wie GB zum Quadrat BA, also BC zum Quadrat BD.

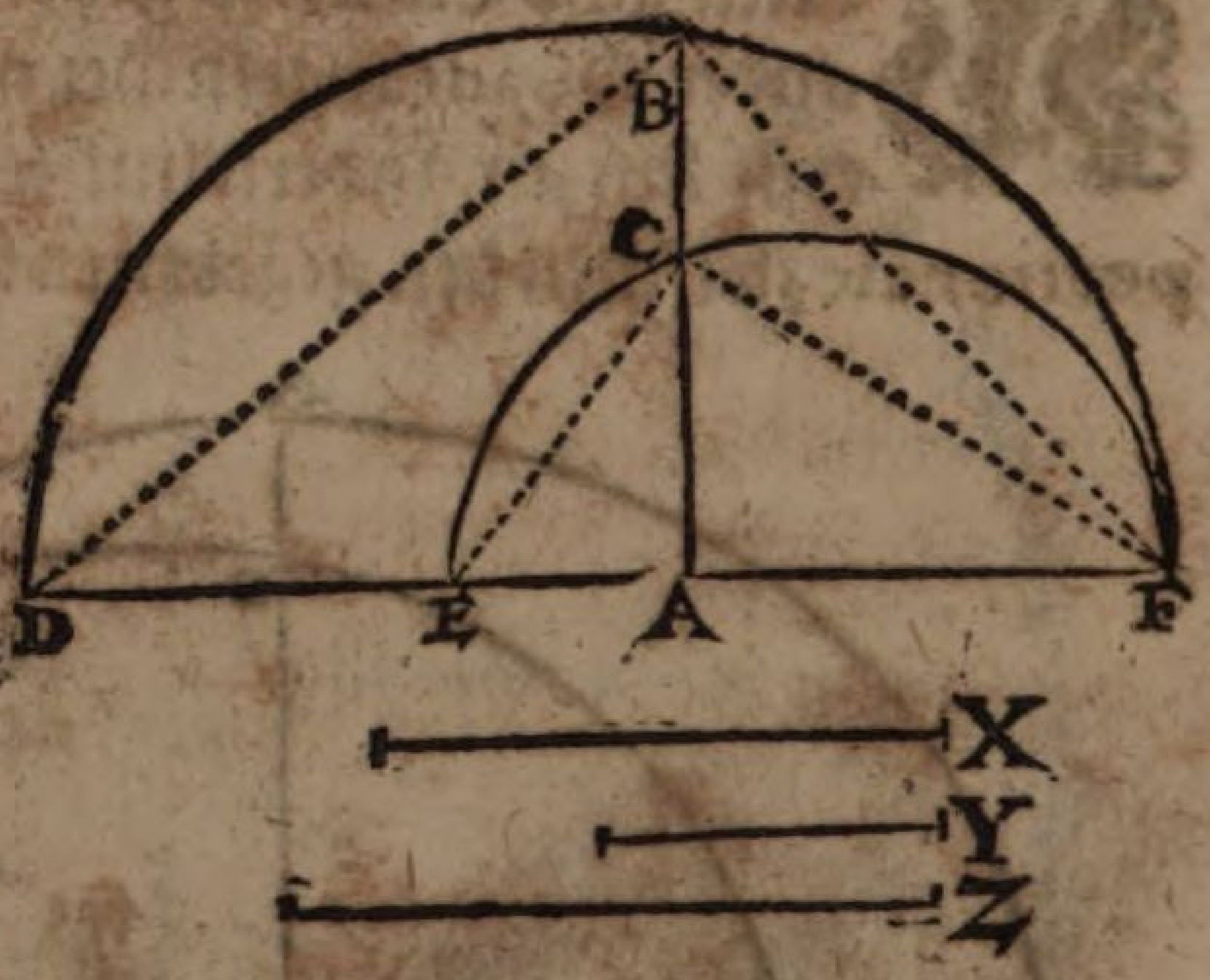
(a) 13. pr. 6. Eucl. Weil nun zu CB (a) vnd BD, die HB, ebenmässig die dritte in continuirter proportion, so gleich ist der AB/ so erfolgt/ daß solch gefunden Quadrat auch medium proportionale sey zwischen HB, oder dem gleich AB, vnd BC; oder das rectangulum von HB in BC, gleich sey dem Quadrat BD, wie begehret worden.

LEMMA XV.

Zu einer gegebenen Lini ein ander zusuchen / die sich zu derselben hält/ wie ein gegeben Quadrat zu einem andern Quadrat.

Die gegebene Lini sey mit Z signirt, zu welcher ein andere gesucht werden soll/ welche sich helt zu Z, wie das Quadrat X zum Quadrat Y. Solches zu verrichten/ reiß ein gerade lini FD, auff dieselbe setz ein winckelrechte AB/ auff derselbẽ mache AB gleich der lini X, vnnd AC gleich Y, letzlichen auch AD gleich der gegebenen Z. Nun soll sich halten die Lini DA zu einer andern/ wird AE, wie das Quadrat BA zum Quadrat CA. Derowegen ziehe D vnd B mit einer Lini zusammen/ vnd setze auff B die winckel rechte BF, so DF im F zerschneidet / so wird FA die dritte in continuirter proportion, ziehe ferners auß F ein Lini ins C, setze auff C die winckelrechte CE / so wird alsdann AE die begehrte Lini seyn / vnd sich

(a) 12. lema halten (a) wie DA zu EA/ also das Quadrat BA zum Quadrat CA, oder wie das Quadrat BA zu AD/ also das Quadrat CA zu der begehrten AE.



Folgen

Folgen die Propositiones so hierzu von nöthen.

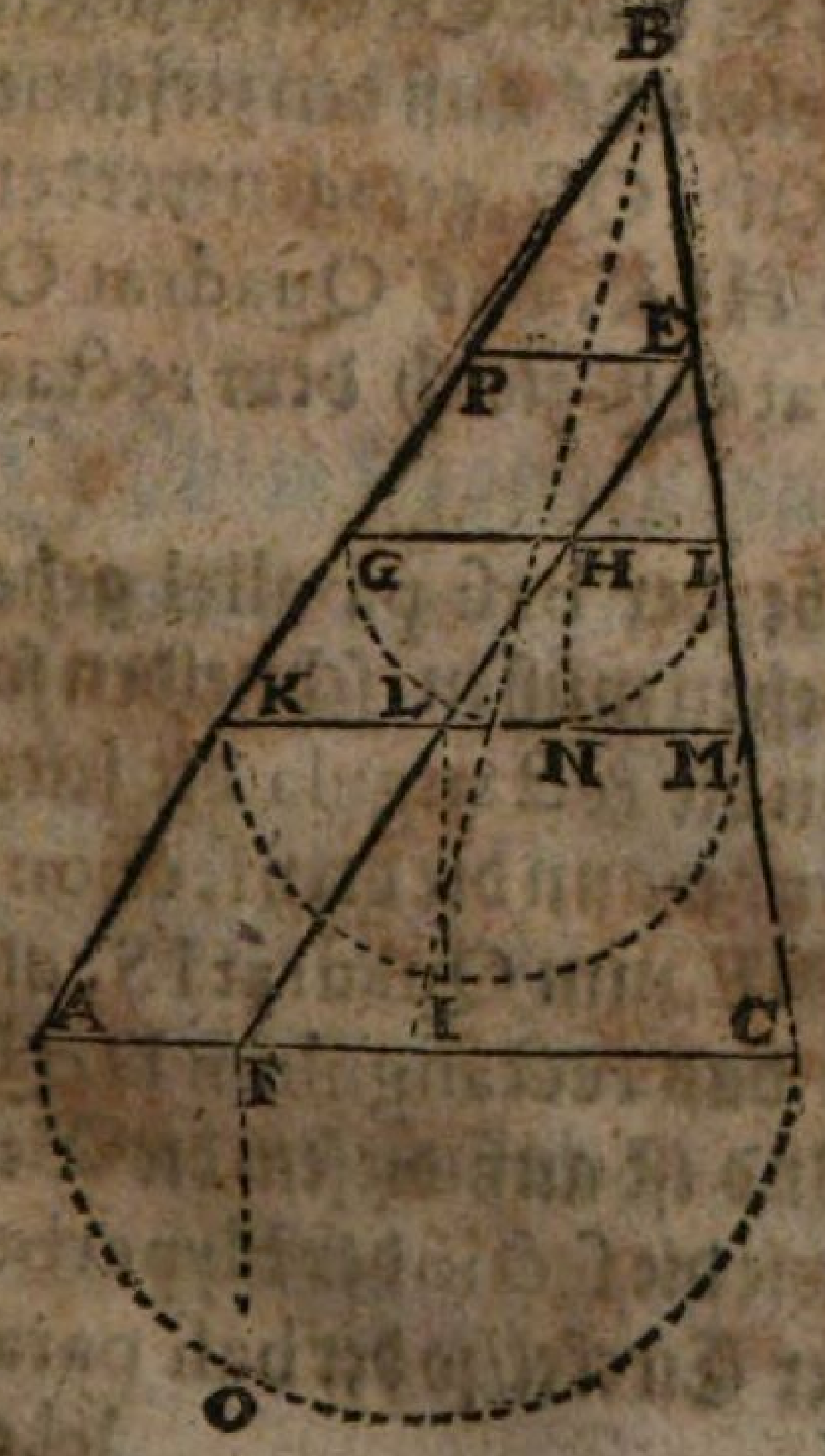
Die I. PROPOSITION.

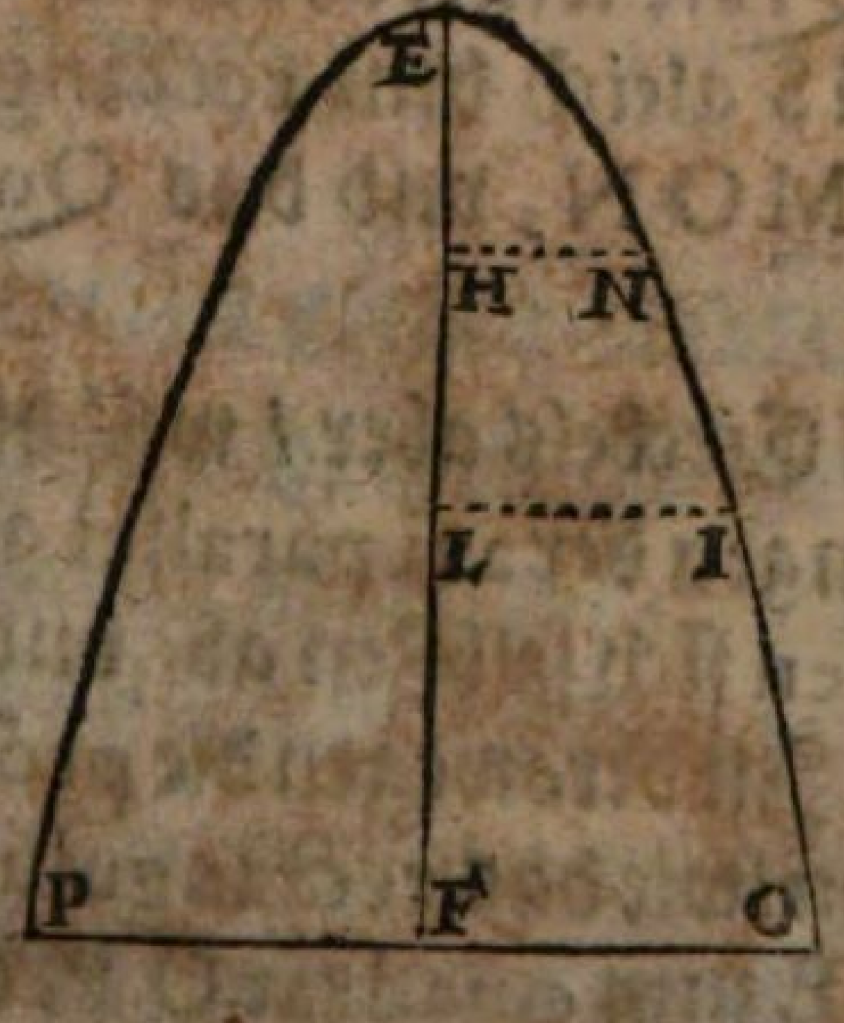
IN der Parabola helt sich das Quadrat einer semiordinatæ zum stück der axis vom vertice, drauß sie gezogen/ wie das Quadrat einer andern semiordinatæ zum stück der axis, so von derselben abgeschnitten worden.

DIeses soll im Cono selbsten gezeiget werden/ derselbe sey *A*BC, gilt gleich/er sey rectus, scalenus, rectangulus, accutangulus oder obtusangulus, die sectio parabolæ aber *E*F, solche gibt auff der peripheria deß Coni die lineam parabolæ PEO deren vertex E, Axis oder diameter EF, die semiordinatæ HN, LI, FO, vnnd helt sich das quadrat OF zur Axe FE, wie das quadrat LI, zum stück axis LE. Ebenmessig auch wie EH zu EL, also das quadrat HN zum quadrat LI. 11. prop. 1. Apollo.

Im Cono ABC werden etliche linien GI, KM, der basi *A C* parallel gezogen/weil nun die sectio EF der seiten *A*B parallel, so seyn die stücker PE, GH, KL, *A*F einander gleich. (a) Nun helt sich im Cono wie EH zu HI/ also EL zu LM, oder EF zu FC. (b) Weil nun GH, KL, *A*F einander gleich / vnnd also HI, LM, FC, mit gleichen dingen vermehret werden / so bleiben dieselben auch in gleicher proportion, (c) helt sich derowegen wie EH zum rectangulo GHI, also EL zum rectangulo KLM, oder EF zum rectangulo *A*FC. Weil nun (d) das rectangulum GHI, gleich dem quadrat HN, vnnd das rectangulum *A*FC gleich dem quadrat FO, so ist auch die proportz / wie EH zum

(a) 33. pr. 1.
(b) 2. pr. 6.
(c) 17. 18. prop. 5.
(d) 13. pr. 6.





zum Quadrat HN, also EF zum Quadrat FO: vnnd also auch verwechselet/ welches zu beweisen war.

Wil man nun die peripheriam dieser section in plano auffzeichnen / so mache man EF der EF im Cono gleich/vnd theile diese wie die andere getheilet ist; auß jederm punct reiß ferrners jhre semiordinaten, HN, LI, FO, zu rechten winckeln/trage sie auß dem Cono zu beyden seiten/vnd reiß die puncten zusammen/so ist OIEP die peripheria dieser section.

Die II. PROPOSITION.

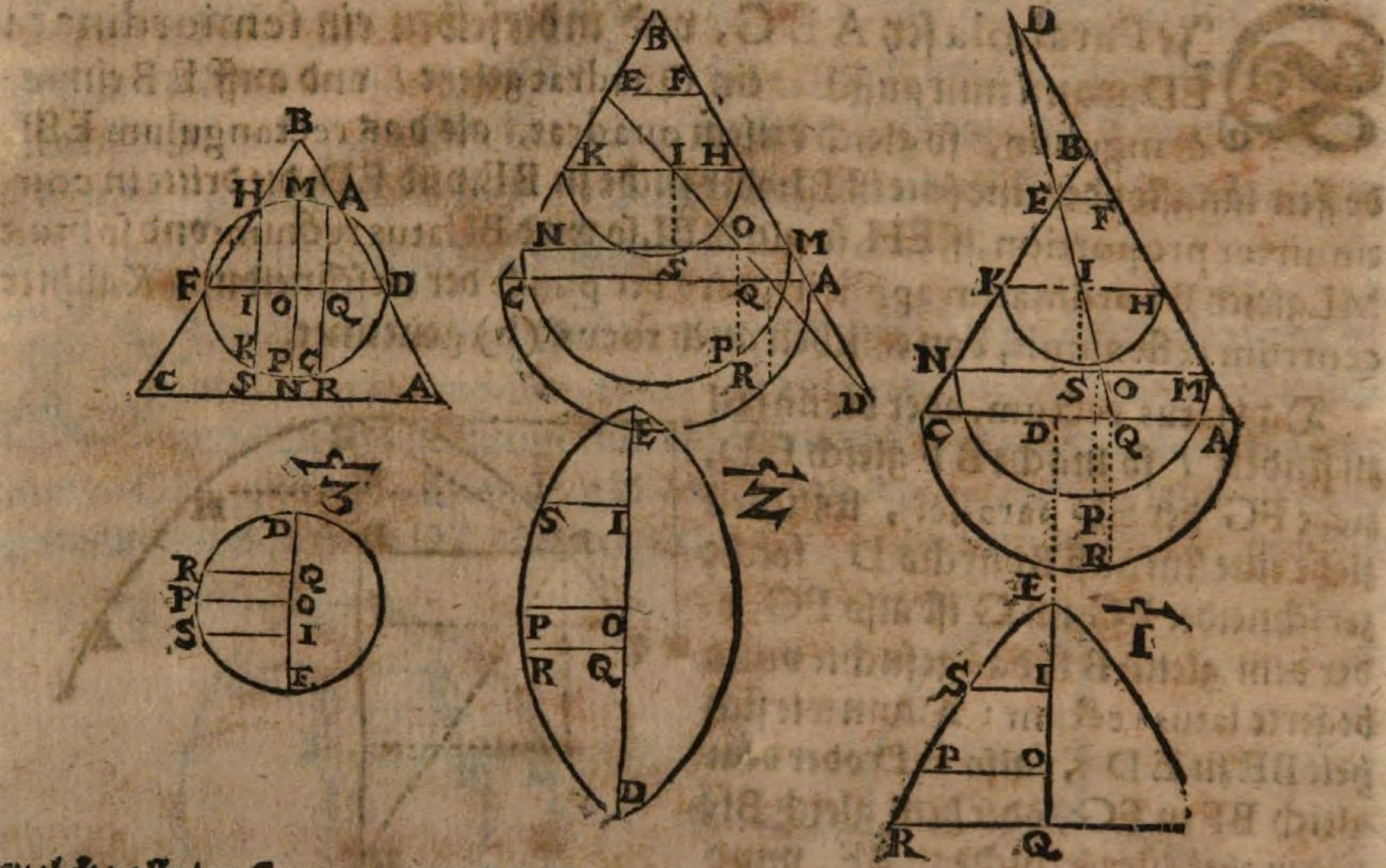
Wann in einem Cono eine sectio der Hyperbolæ, Ellipsis, oder Circkels/gethan/vnd darinnen etliche Linien bey der Hyperbola vnd Ellipsi, der Basi, vnd beym Circkel/ der axi Coni parallel gezogen worden/so werden die rectangula, so von den stücken von der axe vnd den parallelen gemacht worden/einerley proportion haben.

ES sey ein Conus ABC, vnd der diameter der section DE, die parallelen AC, MN, HK, so ist im dritten lemmate erwiesen / das sich helt das ractangulum DIE zum rectangulo HIK, wie das rectangulum DOE zum rectangulo MON, oder das rectangulum DQE zum rectangulo AQC. Wann nun bey der hyperbola vnd Ellipsi auß den parallelen AC, MN, HK, halbe Circkel gezogen/ vnd also die auffthuung deß Coni angedeutet / folgends auß den zerschneidungspuncten / I, O, Q, die winckelrechten IS, OP, QR, gezogen werden/

(a) 15. pt. 6 Eucl. so ist (a) das Quadrat IS gleich dem rectangulo HIK, das Quadrat OP gleich dem rectangulo MON, vnd das Quadrat QR gleich dem rectangulo AQC.

In der section deß Circkels aber / weil dieselbe der basi parallel gehet/ vnd also die zerschneidungen der axi parallel geschehen müssen/ schneiden solche mittel proportionalen sich selbsten ab/ vnd seyn die rectangula die seiten der Quadraten selbsten. Ist derowegen die proporz / wann die drey sectiones in plano auffgerissen seyn/wie das rectangulum DIE, zum Quadrat IS, also das rectangulum DOE zum quadrat OP, oder das rectangulum DQE, zum quadrat QR, welches zu beweisen war. Vnd ist auß diesem die Verbündnüß der dreyer sectionen zu sehen. Dann wie die sectio der Hyperbolæ vnd Ellipsis im Cono durch zerschneidung vieler Circkel/so der basi parallel, er-

iel, erkennet wird / also müssen bey abschneidung der Circkel im Cono, so ebe-ner massen der basi parallel gehen / durch Linien der axi parallel geschehen /



welche alle / außgenommen die / so durch den verticem gehet / vnnd einen recht-linischen triangul machet / sectiones der Hyperbolæ seyn. Vnd ist dieses das fundament vnd vrsach / daß Apollonius Pergæus die Hyperbolam, Ellipsin vnd Circkel in einer proposition fast jederzeit zusammen nimbt / wie solches im 1. 2. vnd 3. buch Apollonii mit mehrem zu sehen.

Die III. PROPOSITION.

Wann in einer parabola eine semiordinata gezogen vnd ein rectangulum gemacht wird / so gleich dem Quadrat der semiordinatæ, dessen eine latus gleich der distantz vom vertice: oder wann zu der distantz vom vertice vnd der gezogenen semiordinatæ die dritte in continuirter proportion gesucht wird / so wird das andere latus an solchem rectangulo, oder die gefundene dritte lini, latus rectum parabolæ, (a) der punct der zerschneidung in der axe aber / wann solch latus ordinatim appliciret, vnd durch die axem zu bey-

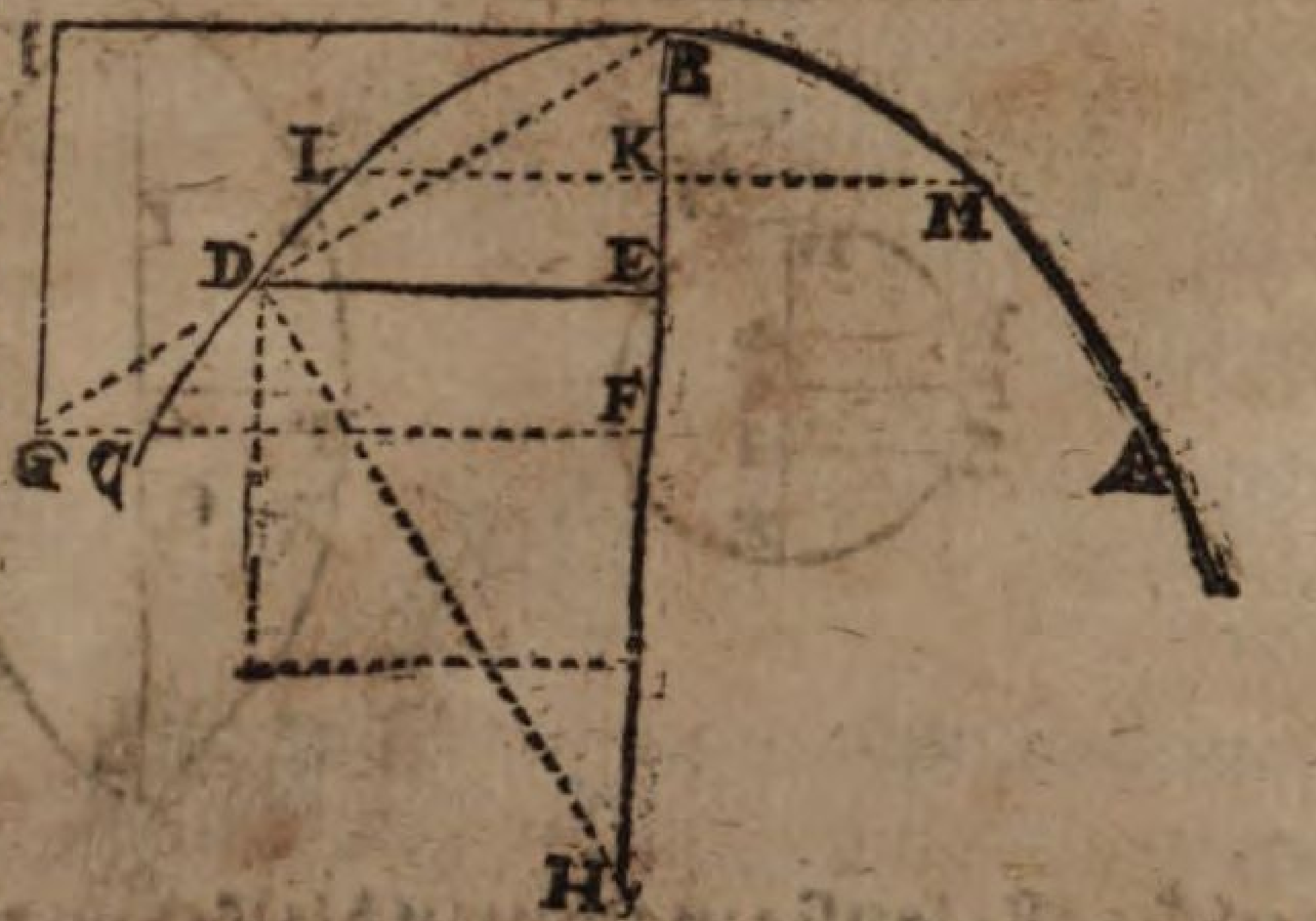
(a) 11. & 20 pr. lib. 1. Conicorum Apollon.

den seiten an die peripheriam gezogen / wird centrum reflexionis Parabolæ genennet.

Die Parabola sey A B C, vnd in derselben ein semiordinata ED; wann nun auff ED ein Quadrat gesetzt / vnd auff E B ein rectangulum, so gleich diesem quadrat, als das rectangulum EBI, dessen längste oder eine seite ist BI; oder suche zu BE, vnd ED, die dritte in continuirter proportion, ist EH, so gleich BI, so wird BI latus rectum: vnd so man ML gleich B I ordinatim applicirt, wird der punct der zerschneidung K allhier centrum reflexionis, von etzlichen auch focus (b) genennet.

(b) Kepler. in parall. Mersennus in Gen. c. 11

Das latus rectum, oder die lini BI zu finden / so mache B F gleich E D, ziehe FG der ED parallel, letzlichen ziehe eine lini auß B durchs D, solche zerschneidet FG, im G, ist also FG, oder dem gleich B I, das gesuchte vnnd begerte latus rectum: Dann wie sich helt BE zu E D, also E D oder dem gleich BF zu FG, oder dem gleich BI. Oder aber kürtzer / suche zu BE, vnnd ED, die dritte in continuirter proportion, also / ziehe die lini BD vnd setze an D, die lini DH zu rechten winckeln / solche zerschneidet die erlängerte B F im H. Ist also EH gleich BI, vnd also (c) das rectangulum EB, BI, gleich dem quadrat der Semiordinatæ ED, wie begehret worden: Wie nun das rectangulum von der distantz vom vertice EB, vnd dem latere recto B I, gleich dem quadrat der semiordinatæ ED, also ist es auch mit allen andern semiordinatis; denn das rectangulum FB, BI, ist gleich dem Quadrat FG, vnnd so forters / weil jederzeit / wann Linien gegen quadrata proportional (d) die dritten / so zu diesen in continuirter proportion gesuchet werden / gleich / vnnd allhier gleich dem lateri recto seyn.



(c) 13. pr. 6 Eucl.

(d) 12. Lemma hujus.

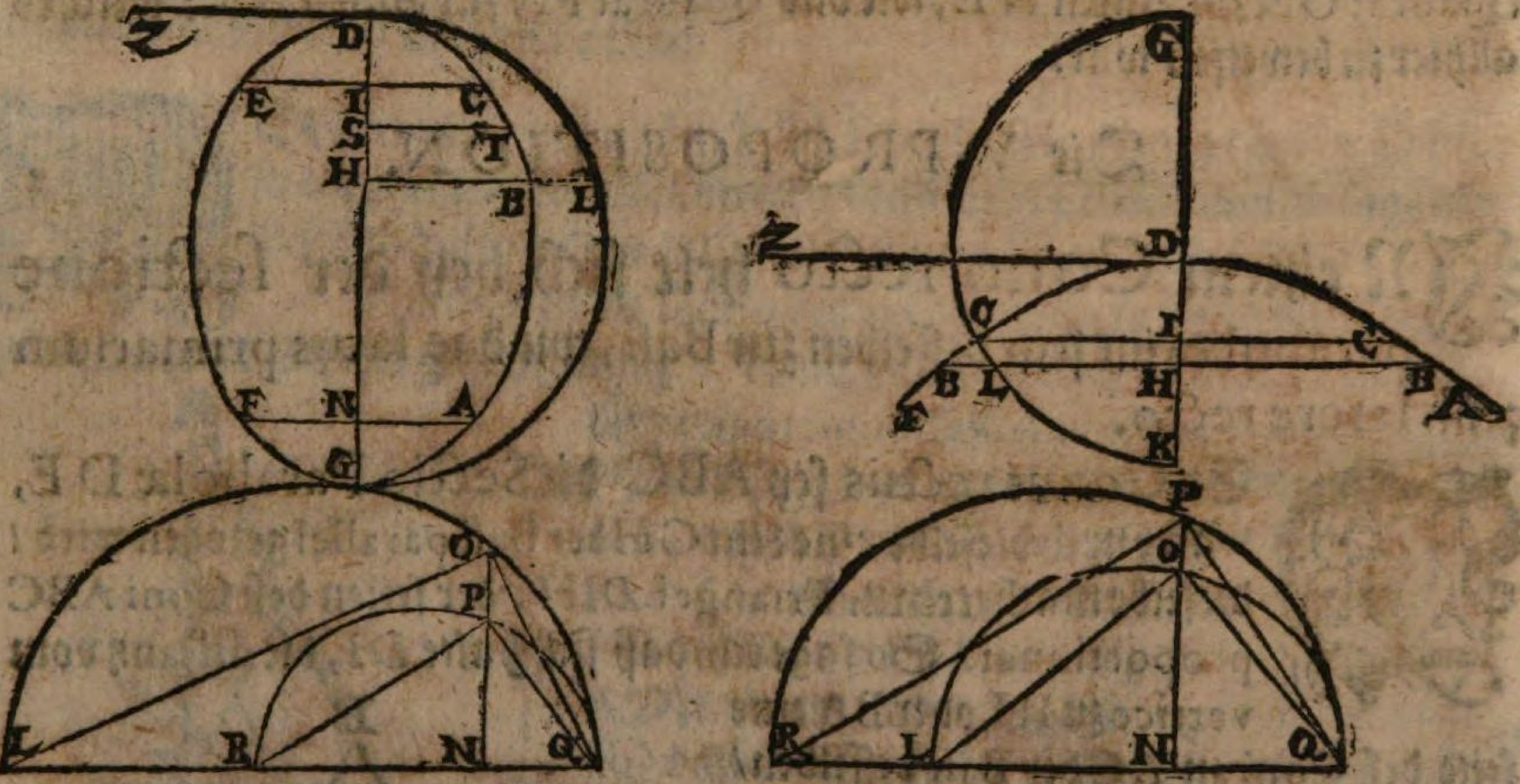
Die IV. PROPOSITION.

Wann in der Hyperbola oder Ellipsi eine Lini gesucht wird / so sich hält zum Diametro oder latere transverso, wie das quadrat einer semiordinatæ, so vom diametro vnnd seinen

Theilen

Theilen biß an die semiordinatam gemacht worden / oder vmbgewechselt/daß sich helt das rectangulum vom diametro vnnd seinen Theilen zum quadrat der semiordinatæ auß der zertheilung gezogen / wie der diameter oder das latus transversum zu einer andern Lini/so wird dieselbe Lini latus rectum der section, der Punct der zerschneidung in der axe aber / wann solch latus ordinatim applicirt wird/centrum reflexionis genennet.

DJe Hyperbola vnd Ellipsis seyn ABDEF, deren diameter oder latus transversum DG, vnd HB ein semiordinata. Wie sich nun helt das rectangulum GHD, zum Quadrat HB, also der Diameter GD, zu DZ. Diese Lini DZ wird von Apollonio (a) latus rectum genennet/vnd so man DZ, oder der gleich CE, ordinatim applicirt, das ist/ (a) 12. & 13. pr. 1. l. Con. Apollonii.



wann sie durch die axem DH also gezogen wird/daß sie sich in der mitten im I zerschneidet/so wird der Punct I centrum reflexionis genennet; deren sind in der Ellipsi zwey/weil sie sich/wie sie auffgangen/auch wider zusammen thut.

Dieses latus rectum in Linien zu finden/so erlängere bey der Hyperbola GD in K, also daß KH gleich sey HD, vnd laß hierinnen KG, in der Ellipsi aber GD, ein Diameter seyn/vnd reiß die Circkel GLK vnd GLD, solche zerschneiden entweder HB im L, oder es muß HB ins L erlängert werden / so ist HL media proportionalis zwischen DH vnd HG, vnd also dessen Quadrat

gleich dem rectangulo GHD, helt sich derowegen / wie das Quadrat LH zum Quadrat HB, also der Diameter oder latus transversum GD zum latere recto DZ.

(a) 14. Lemma hujus. Weil nun (a) Quadrata gegen Linien proportionirt, so mache auff einer geraden Lini/ sey hier QL, die Lini LN dem diametro DG gleich/ vnd setze auff N die winckelrechte NO, gleich der jetzt gefundenen HL, vnnd NP der semiordinatæ HB, vnd suche zu LN, so gleich GD, eine Lini/ so sich zu derselben helt/ wie das Quadrat ON zum Quadrat PN, solches ist / wie das Quadrat LH zu dem quadrat HB, kömpt NR/ so gleich dem gesuchten vnnd begehrten lateri recto *DZ*. Derowegen helt sich das rectangulum GH*D* zum quadrat HB, wie G*D* zu *DZ*.

Diese proportion wird durch angezogen Lemma geschwind also funden/ ziehe L vnd O zusammen/ vnd setze auff O die winckelrechte OQ ferners ziehe Q vnd P zusammen/ vnd setze auff P die winckelrechte PR, so helt sich das quadrat ON zur Linien NL, wie das quadrat PN zur Linien NR: welches allhier zu beweisen war.

Die V. PROPOSITION.

JN einem Cono recto helt sich bey der sectione parabolæ eine seite desselben zur Basi, wie das latus primarium zum latere recto.

DEr Conus rectus sey ABC, die Sectio Parabolæ DE, wann durch dieselbe eine Lini GH der basi parallel gezogen wird / dieselbe machet einen Triangel *D*IH, der seiten deß Coni ABC proportional: So sage ich/ daß sich halte *D*I, die distantz vom vertice zu IH, oder BA eine seite deß Coni zu AC der Basi desselben/ wie das latus primarium F*D* oder die Basis CA zum latere recto *DZ*.

Dann IK ist ein semiordinata dieser section, deren quadrat (a) gleich dem rectangulo GIH. Auch ist das rectangulum von I*D* vnnd dem latere recto *DZ* (b) gleich der Semiordinatæ IK. Derowegen die rectangula GIH, vnd I*DZ* einander gleich / weil nun *D*I in *DZ*

(a) 13. pr. 16. Euclid.

(b) 3. prop. hujus.

gleich

gleich GI, in IH, so helt sich DI zu IH, wie GI, so gleich FD, zu DZ.
Dann das product der ersten in die vierdte stelle (c) ist gleich dem product der andern in die dritte stelle. Nun sind die Triangula DIH vnd BAC proportional, derowegen helt sich auch wie BA zu AC, Also FD zu DZ, so begehret worden. (c) 6. pr. 6. 14. pr. 7.

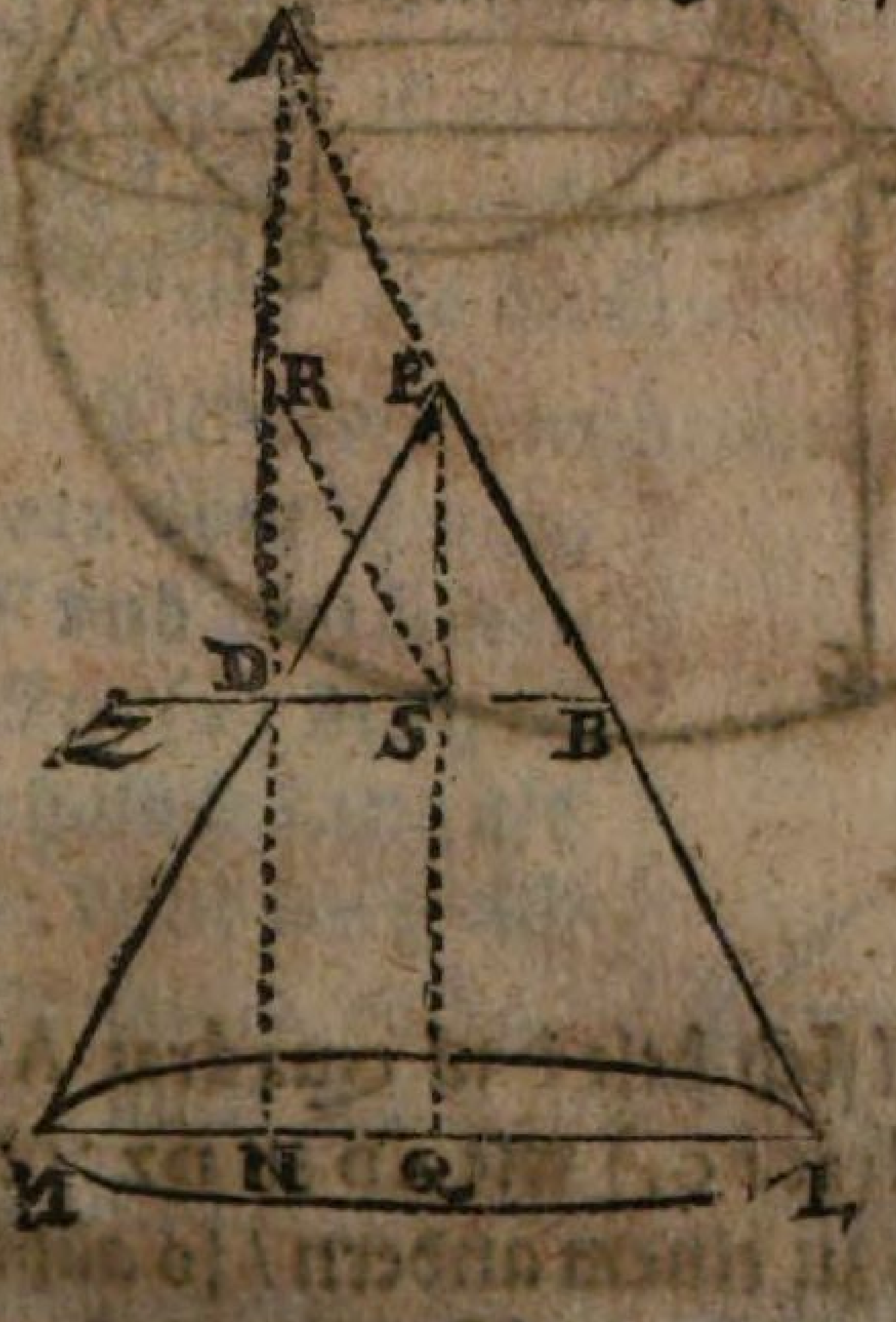
Wil man nun das latus rectum im Cono geschwind finden / so mache man FD gleich DM, vnd ziehe MN der IH parallel, so ist alsdann MN gleich dem lateri recto DZ.

Die VI. PROPOSITION.

Wann die sectio der Hyperbolæ in einem Cono recto der Axi parallel gethan wird / so ist das latus primarium medium proportionale zwischen dem eusseren diametro oder latere transverso vnd latere recto.

Der Conus rectus sey LEM, die sectio hyperbolæ DN, so der Axi EQ parallel, vnd BD das latus primarium, so sage ich daß sich halte AD zu DB, wie DB zum latere recto DZ.

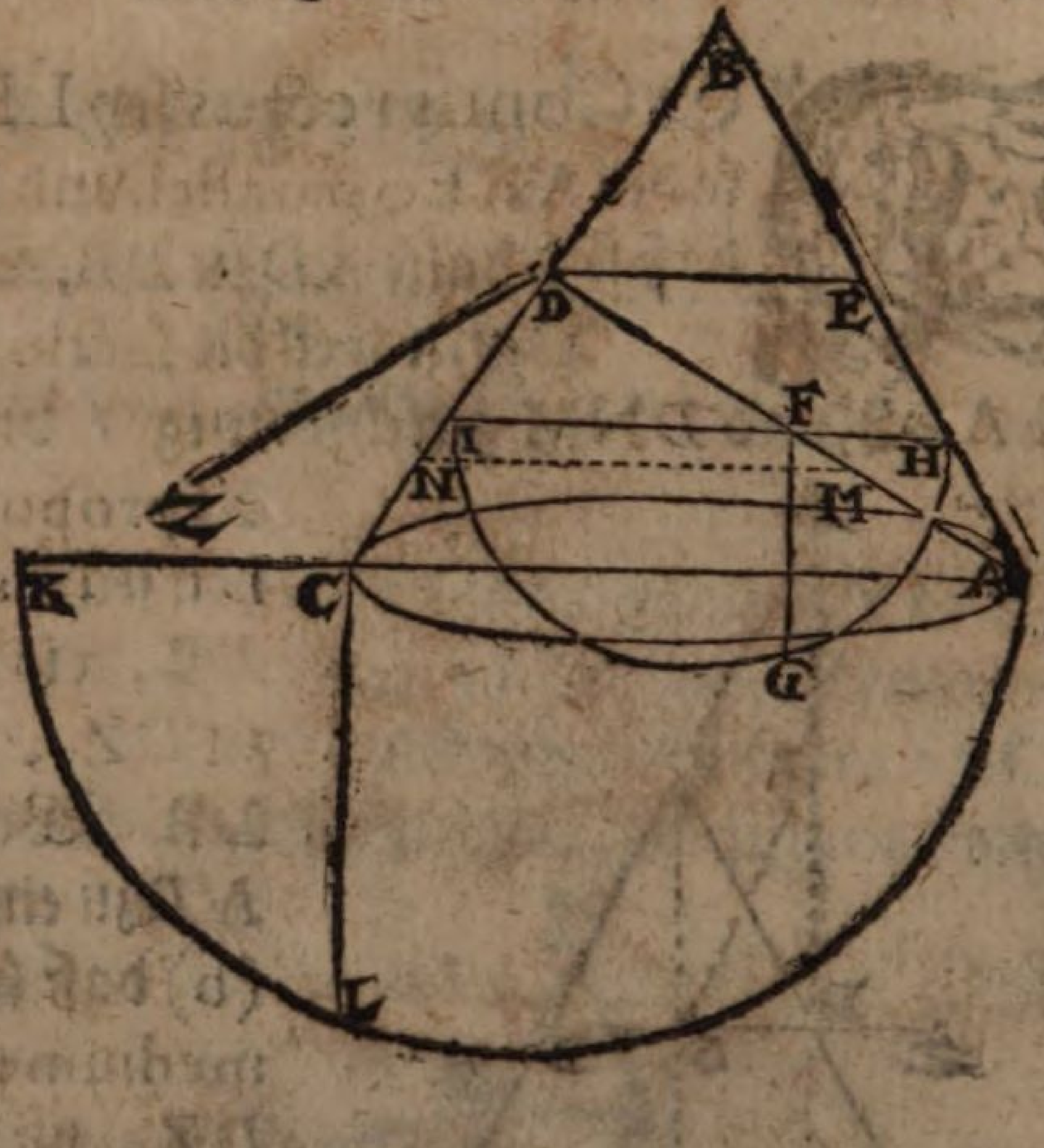
Dann weil die sectio der axi parallel, so seynd die Triangel ADB, vnd DNM gleichförmig / vnnd ist der proportion AD zu DB, die proportion selbsten zugesetzt / derowegen helt sich (a) das quadrat AD zum quadrat DB, wie AD zu DZ, vnnd dahero auch AD zu DZ, wie das quadrat AD zum quadrat DB. Weil nun AD zu DZ, wie das quadrat AD zu einem andern quadrat, so ist erwiesen (b) daß solch quadrat, welches allhier DB, medium proportionale sey zwischen AD vnd DZ, welches zu erweisen war: Wann man nun das latus rectum geschwinde haben wil / so mache DR gleich dem lateri primario DB / vnd ziehe RS, der AB parallel, so wird SD gleich dem lateri recto DZ. (a) 12. Lemma hujus. (b) 4. pr. hujus.



Die VII. PROPOSITION.

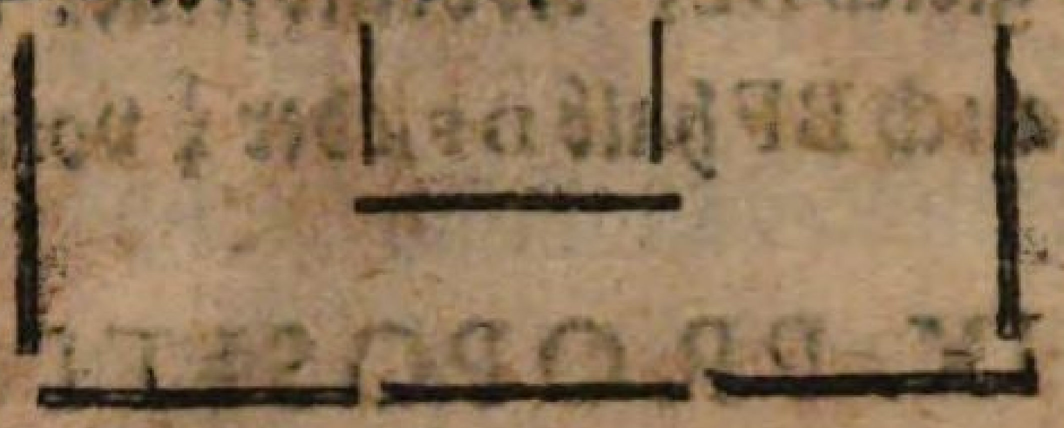
IM Cono recto ist in der section der Ellipsis, der kleinere diameter media proportionalis zwischen dem latere primario vnd der basi, oder der vnterzogenen Linien/darauff die sectio ein ende hat/wie auch zwischen dem grössern diametro vnnd latere recto.

DEr Conus sey ABC, die sectio der Ellipsis DA, latus primarium ED, latus transversum AC, vnd FG der halbe kleinere diameter, so sage ich/daß der gantze kleinere diameter, media proportionalis sey zwischen DE vnd AC. Dann es helt sich das rectangulum AD, in AD, zum rectangulo DE in AC, wie das rectangulum von der helffte/als AF in FD, zum rectangulo HF in FI. Nun ist HF halb DE, vnd FI halb AC: Dahero das rectangulum HFI, $\frac{1}{4}$ vom rectangulo DE in AC, vnnd also deren quadrat FG, halb so lang als das quadrat, so gleich dem rectangulo DE in AC, nemblich als CL. Dahero dann auch FG halb so lang ist / als der gantze kleinere diameter, vnd doppel gleich der mittel proportional CL, wie von nöthen.



Nun ist CL, so gleich dem kleinern diametro, auch media proportionalis zwischen dem grössern diametro AD vnd latere recto DZ, Dann weil sich helt das quadrat AD zum quadrat CL (das ist/ AF in FD zum quadrat FG,) wie AD zu DZ: oder vmbgekehrt wie AD zu DZ, also das quadrat AD zu einem andern / so allhier CL, so ist solch Quadrat auch medium proportionale zwischen AD vnd DZ. Letzlichen / weil der kürtzere diameter media proportionalis beyds zwischen dem grössern diametro vnd latere recto, vnd zwischen dem latere primario vnd der Basi, so erfolgt/daß sich helt/wie

DA, zu AC, also ED, zu DZ.



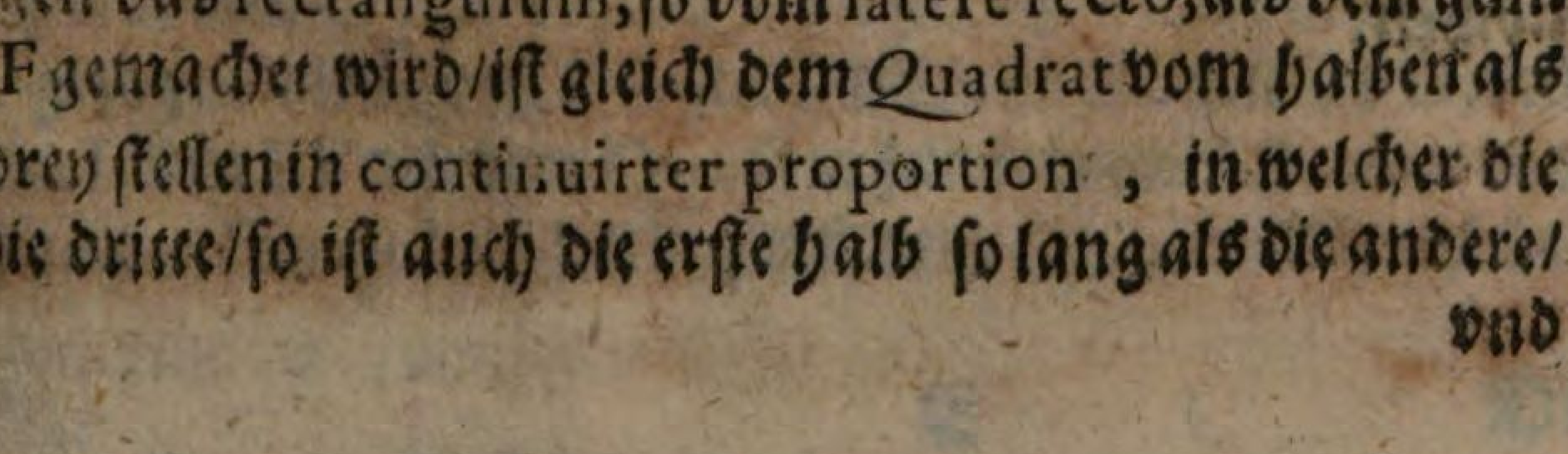
Dann das rectangulum AC in DE (a) ist gleich dem rectangulo von DA in DZ: nun ist AC in DE, gleich dem Quadrat deß kleinern Diameters FG doppel/als CL; vnd AD ebenmässig gleich diesem Quadrat, derowegen ist auch die proportion, wie begeret erwiesen. Wann man derowegen das latus rectum geschwind haben wil/so mache man ED gleich DM, vnd ziehe MN der ED parallel, so ist MN das begehrte latus rectum, so gleich DZ. (a) 3. pr. hujus.

Die VIII. PROPOSITION.

In der parabola ist die distantz deß Centri reflexionis vom vertice das vierte theil vom latere recto, vnnd also halb so lang als die semiordinata außm centro an die peripheriam der parabolæ gezogen.

Die parabola sey AHBEC, deren centrum reflexionis F, vnd die ordinatim applicata so durchs centrum gehet DE, ist gleich dem lateri recto: So sage ich/daß die distantz deß centri reflexionis vom vertice BF $\frac{1}{4}$ seye von DE, oder halb so lang als die semiordinata DF.

Denn die Semiordinata DF ist media proportionalis zwischen der distantz vom vertice BF vnd dem latere recto: (a) Nun ist DF halb so lang als DE, vnnd DE gleich dem lateri recto; BF auch halb so lang als DF, derowegen das rectangulum, so vom latere recto, als dem gantzen/in dessen $\frac{1}{4}$ als BF gemachet wird/ist gleich dem Quadrat vom halben als DF, oder (b) wann drey stellen in continuirter proportion, in welcher die zweyte so lang als die dritte/so ist auch die erste halb so lang als die andere/ vnd (a) 3. pr. hujus. (b) 11. Lema hujus.



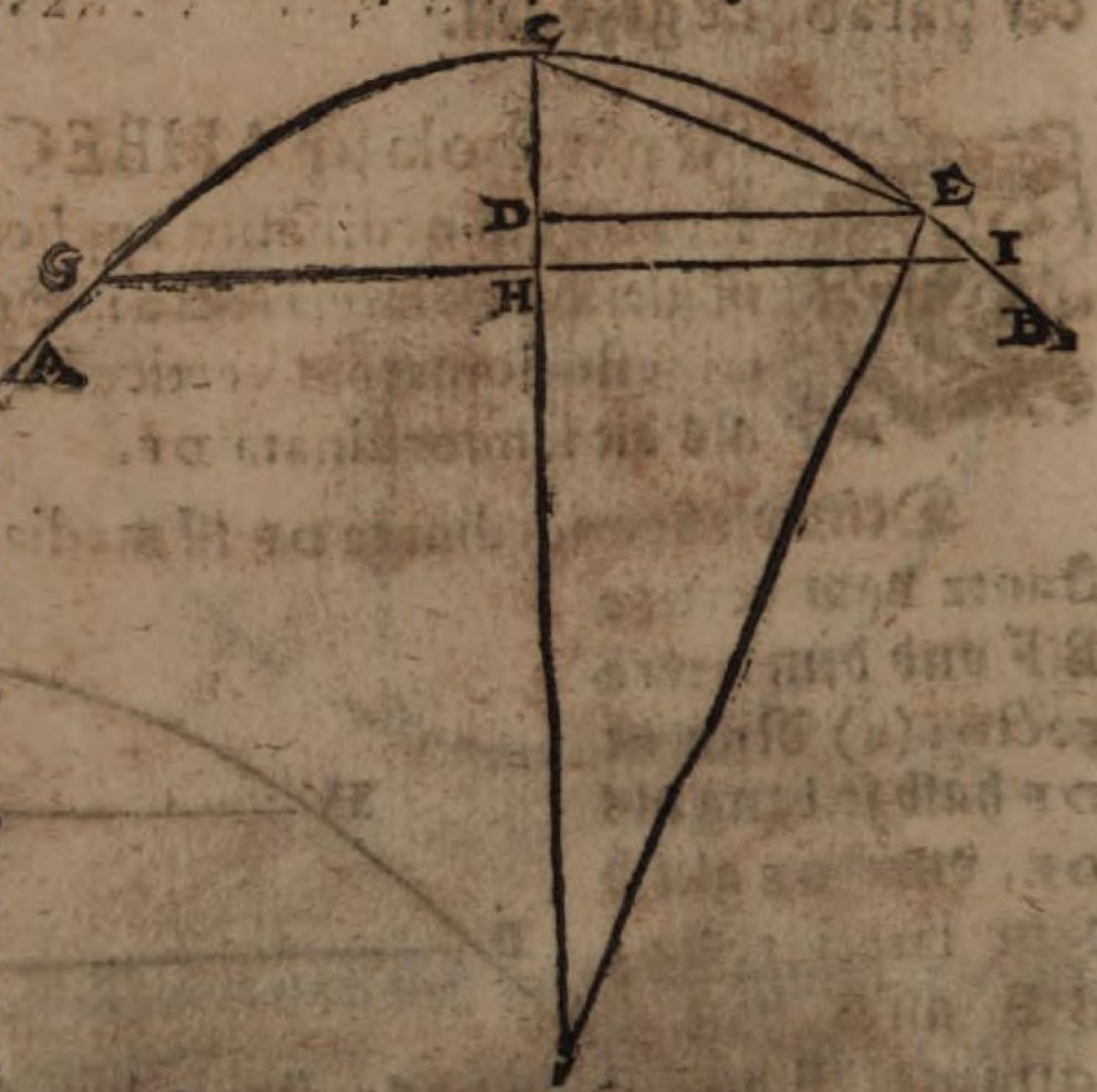
vnd das latus rectum, so gleich DE, die dritte stelle/ darauß erfolgt/ weil DF halb so lang als DE, daß auch BF halb DF, oder $\frac{1}{4}$ von DE sey/ welches zu beweisen war.

Die IX. PROPOSITION.

Wann in der parabola, eine semiordinata sampt deren distantz vom vertice bekant/ vnd zu diesen beyden die dritte lini in continuirter proportion gesuchet wird / also daß sich verhelt die distantz vom vertice zu der Semiordinatæ, wie die Semiordinata zu der dritten Lini/ so ist das $\frac{1}{4}$. der jetztgefundenen dritten Lini/ die distantz deß Centri reflexionis vom vertice.

(a) 3. vñ 5. pr. hujus.

DJe Parabola sey ACB, vertex C, vnd die gegebene semiordinata ED, so ist (a) erwiesen/ daß ein jede semiordinata media proportionalis sey/ zwischen der distantz vom vertice vnd dem latere recto, weil nun die distantz CD sampt der mittel proportional ED bekandt/ so muß darauß die dritte Lini gesucht werden / geschicht also/ ziehe die Lini CE, auff dieselbe ziehe auß dem Puncten E die rechtwincklichte EK, so ist alsdann DK die gesuchte Lini/ oder das begerte latus rectum.



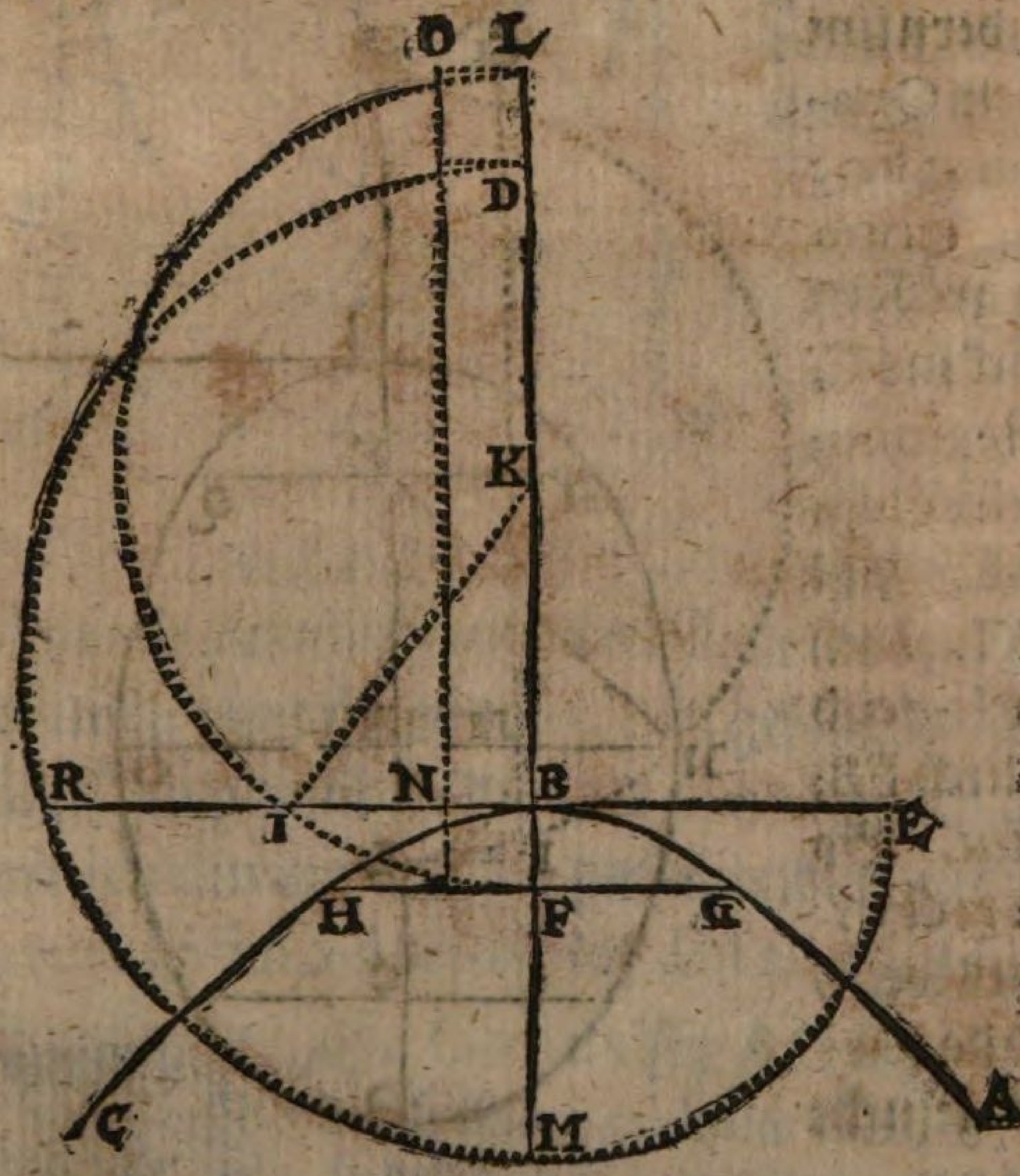
Ferrners ist in vorhergehender propos. dargethan/ daß die distantz deß centri reflexionis vom vertice gleich sey dem vierdten theil vom latere recto, derowegen nimb auß DK $\frac{1}{4}$. solches mache gleich CH. So ist der Punct H das begehrte centrum reflexionis, so zu beweisen von nöthen.

Die X. PROPOSITION.

WAnn zum diametro oder latere transverso einer Hyperbolæ eine Lini gesucht/ und von beyden ein rectangulum gemacht wird/ welches mit dem Quadrat seiner breite gleich ist dem vierten theil deß Inhalts der Figur/ so ist solche Lini oder das latus deß Quadrats gleich der distantz deß centri reflexionis vom vertice.

VOm Apollonio (a) wird das rectangulum vom diametro DB, und latere recto BE figura genennet/ so allhier auch also gelassen wird. (a) 34. pr. lib. 1. Con. Apoll.

Es seyen nun ABC die Hyperbola, deren diameter, oder latus transversum DB und latus rectum BE, weil dann die ordinatim applicata so durchs centrum gehet/ gleich dem lateri recto BE, so erlängere DB ins M, und mache BE gleich BM, unnd auß DM einen diametrum, umb denselben ziehe den Semicirculum DRM, so nun EB ins R erlängert wird / so ist das Quadrat BR (b) gleich dem rectangulo DBM, oder dem gleich DBE. Wann BR in der mitte im I zertheilet wird/ so ist das Quadrat BI gleich dem vierdten theil vom rectangulo DBE, oder vom Quadrat BR, nemblich $\frac{1}{4}$ der figur. Man theile fernners DB in der mitten im K in 2. gleiche theile/ (b) 14. pr. 2. Eucl.

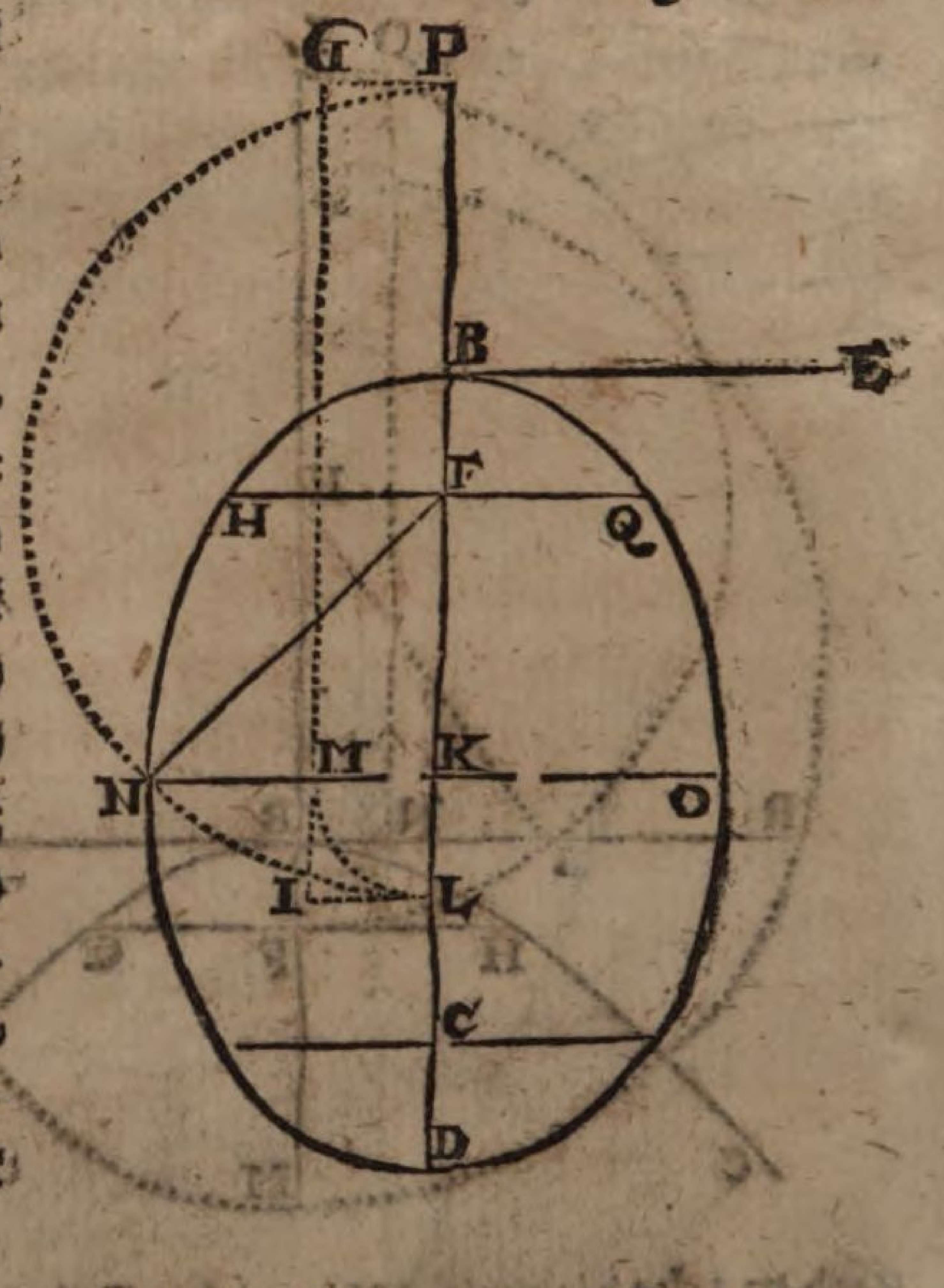


und mache die weite KI, gleich KF, so ist F das begerte Centrum, unnd ist das rectangulum DFB gleich dem Quadrat BI. Dann so auß K mit der weite KI, der Semicircul FIL gezogen wird/ so ist DL gleich BF, und BL gleich FD, und also das rectangulum LB in BF mit dem Quadrat seiner breite FB, oder dem gleich LD, nemblich das rectangulum LBF, gleich dem Quadrat BI, welches zu beweisen war.

Die XI. PROPOSITION.

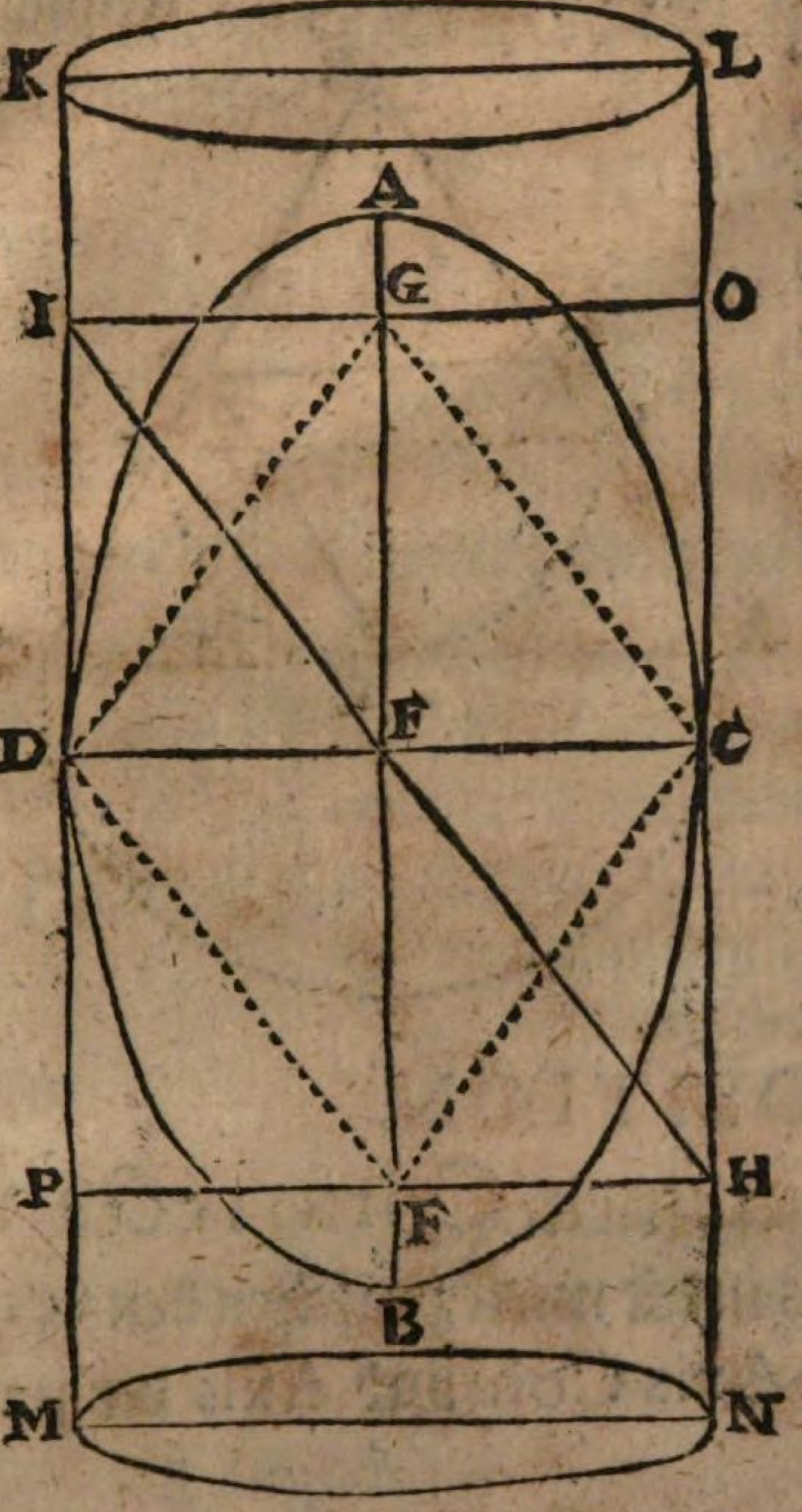
Wann zu dem diametro oder latere transverso einer Ellipsis eine lini gesucht/ vnnd von beyden ein rectangulum gemacht wird/welches/weniger dem Quadrat seiner breite/ gleich ist dem vierten theil der figur/ so ist solche Lini / oder das latus deß Quadrats gleich der distantz deß Centri reflexionis vom vertice.

(a) 7. prop. hujus. Die Ellipsis sey HBQDN, deren grössere diameter DB der kleinere NO. Nun ist erwiesen (a) daß das Quadrat deß kleinern diametri NO, medium proportionale, vnd also gleich ist/ dem rectangulo vom grössern Diametro BD vnd latere recto BE, so gleich HQ. derowegen so ist das Quadrat vom halben kleinern diametro gleich dē vierten theil der figur. Weil nun ein rectangulū vom grössern diametro vnd einer andern lini gemacht werdē soll/so weniger dem Quadrat seiner breite/ gleich dē Quadrat FQ: so nimb den halben grossen diametrum BK vnnd setze solchen von N in grössern diametrum, felt ins F oder zurück ins C, (b) 4. prop. hujus. so sind F vñ C (b) die Centra reflexionis: dann auß dem F ziehe den Semicirculum LNP, mache auch KL gleich KM, so ist das rectangulum PKM oder PKL gleich dem rectangulo DFB: Nun ist PL gleich dem Diametro BD, vnd LK gleich FB; Derowegen ist FB die gesuchte lini. So nun auß PL vnd KL oder LI, ein rectangulum gemacht wird / so ist solches weniger dem quadrat KL, nemblich das rectangulum PKM, dasjenige so gesucht worden/vnd gleich dem Quadrat KN.



Dieses kan auch anderst auß einem Cylinder folgender massen gefunden werden/Nemblichen

Wann in einem Cylinder die section einer Ellipsis gethan/vnd also die zween diametri derselben bekant worden/vnd dann der halbe grössere diameter mit einem Circkel gefast/vnd vnverruckt mit einem fuß desselben/auff den eussersten Puncten deß kleinern Diameters, mit dem andern fuß aber zween Puncten



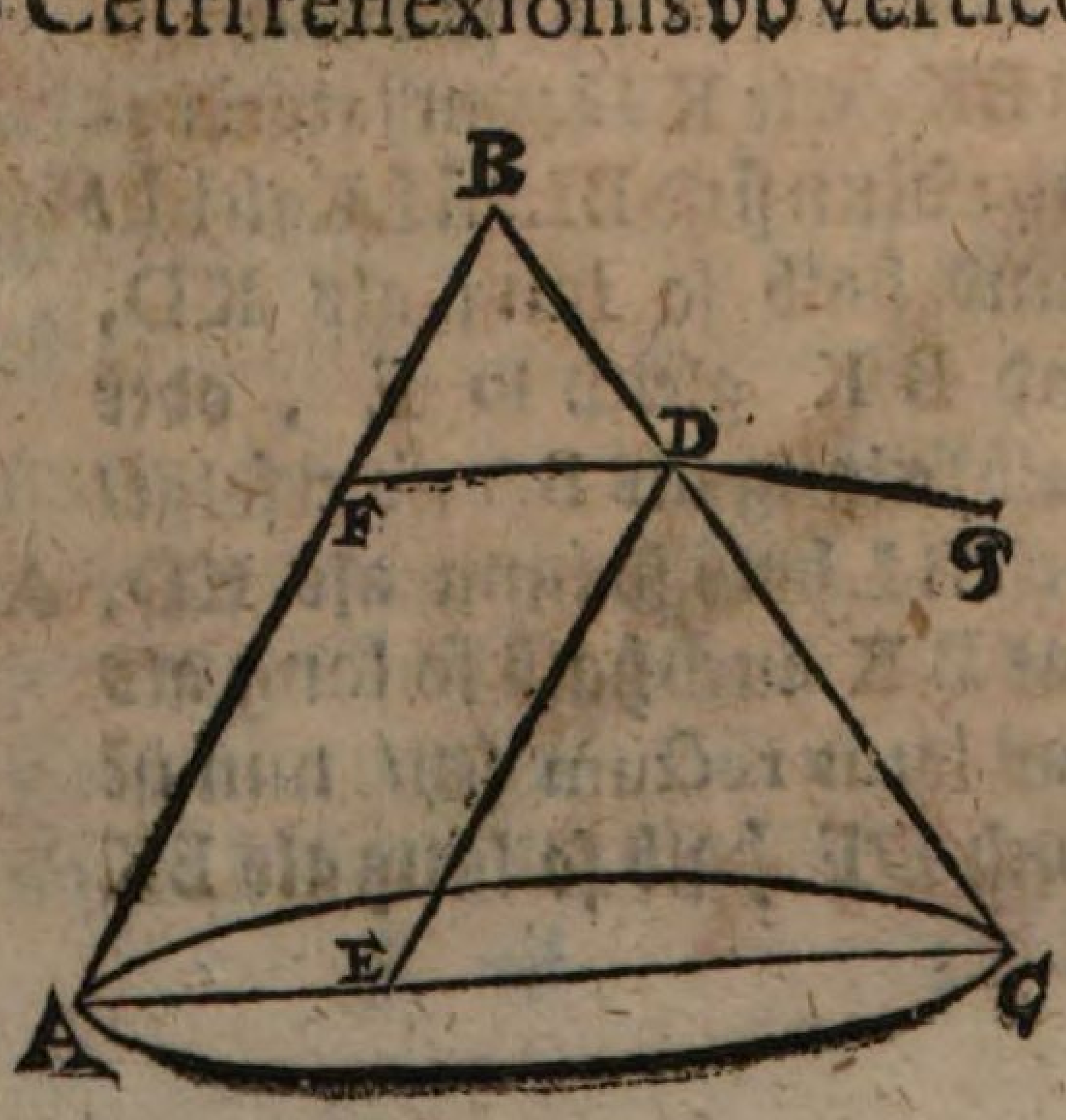
Puncten auff dem grössern Diameter zu beyden seiten gezeichnet werden. So seynd solche puncten die Centra reflexionis dieser Ellipsis

Der Cylinder sey KMNL, vnd in demselben die section der Ellipsis IH, so ist dieselbe HI der grössere/ vnd IO, oder DC der kleinere Diameter dieser Ellipsis; ziehe nun IO vnd PH auff die seiten des Cylinders KM, LN winckelrecht/ also auch durch die mitte IH den kleinern diameter DC, so werdẽ/ wañ DG vnd DF gezogen/ dieselben IE vnd EH, vnd also beyde zusammen/ dem grössern Diameter IH gleich seyn/ dahero dann G vnd F die begehrten Centra, welches die Figur ohne weitläufftige Demonstration gnugsamb weiset.

Die XII. PROPOSITION.

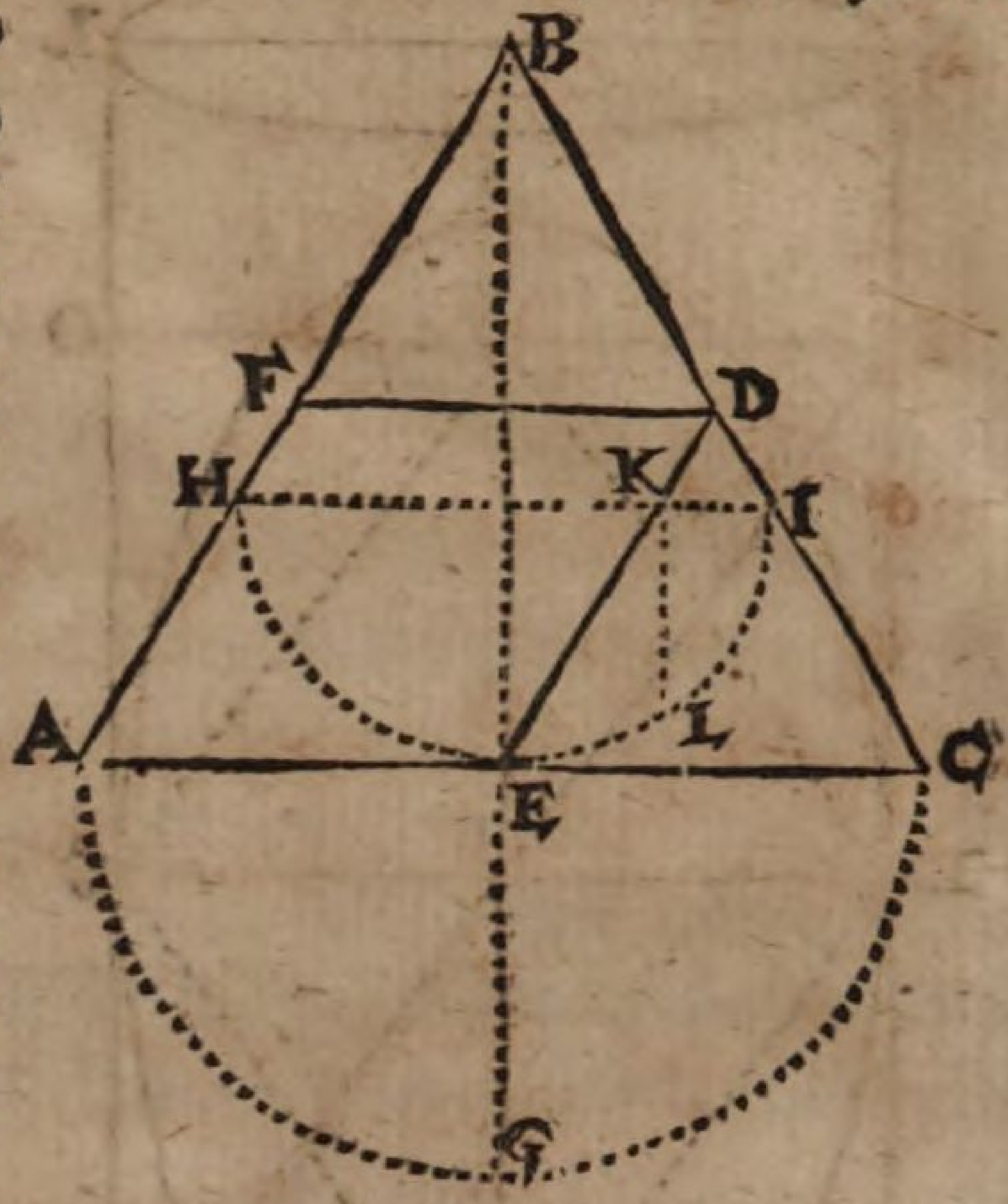
IN einem gleichseitigen Cono ist bey der section der Parabolæ das latus primarium gleich dem lateri recto. Vñ so die section auß der mitte einer seiten des Coni geschicht/ so sich in der mitte der Basis, vñ im selben puncten die axis Coni zerschneidet/ so ist die axis gleich der semiordinatę auß der zerschneidung gezogen/ vnd dann auch gleich dẽ lateri recto, vñ desen ¼ die distantz des Cẽtri reflexionis võ vertice.

DEr Conus sey ABC, die sectio parabolæ DE, so helt sich (a) wie BA zu AC, also FD zum lateri recto: weil nun BA der AC, vnd BF der FD gleich/ so muß auch folgen/ daß das latus primarium FD auch dem lateri recto DG gleich sey.



(a) 5. prop. hujus.

Wiederumb wann die seite BC im D in zwey gleiche theile zertheilet/ vnd *DE* der BA parallel gezogen wird / zerschneidet solche die Basin AC im *E* wiederumb in 2. gleiche theile / dahero Axis *DE* gleich *EC*, oder der Semiordinatæ *E*G, vnd weil das latus primarium FD, gleich dem lateri recto, so ist auch in diesem FD, als dem lateri recto gleich / auch gleich der axi *DE* vnd der Semiordinaten EG. Vnd weil $\frac{1}{4}$ vom latere recto gleich der distantz vom vertice, so nimb auß der axi DE ein viertentheil / als D*K*, so ist KL halb so lang als DE oder EG, wie begehret worden / vnd gibt die figur so viel / daß man keines weitern demonstrirens nötig.

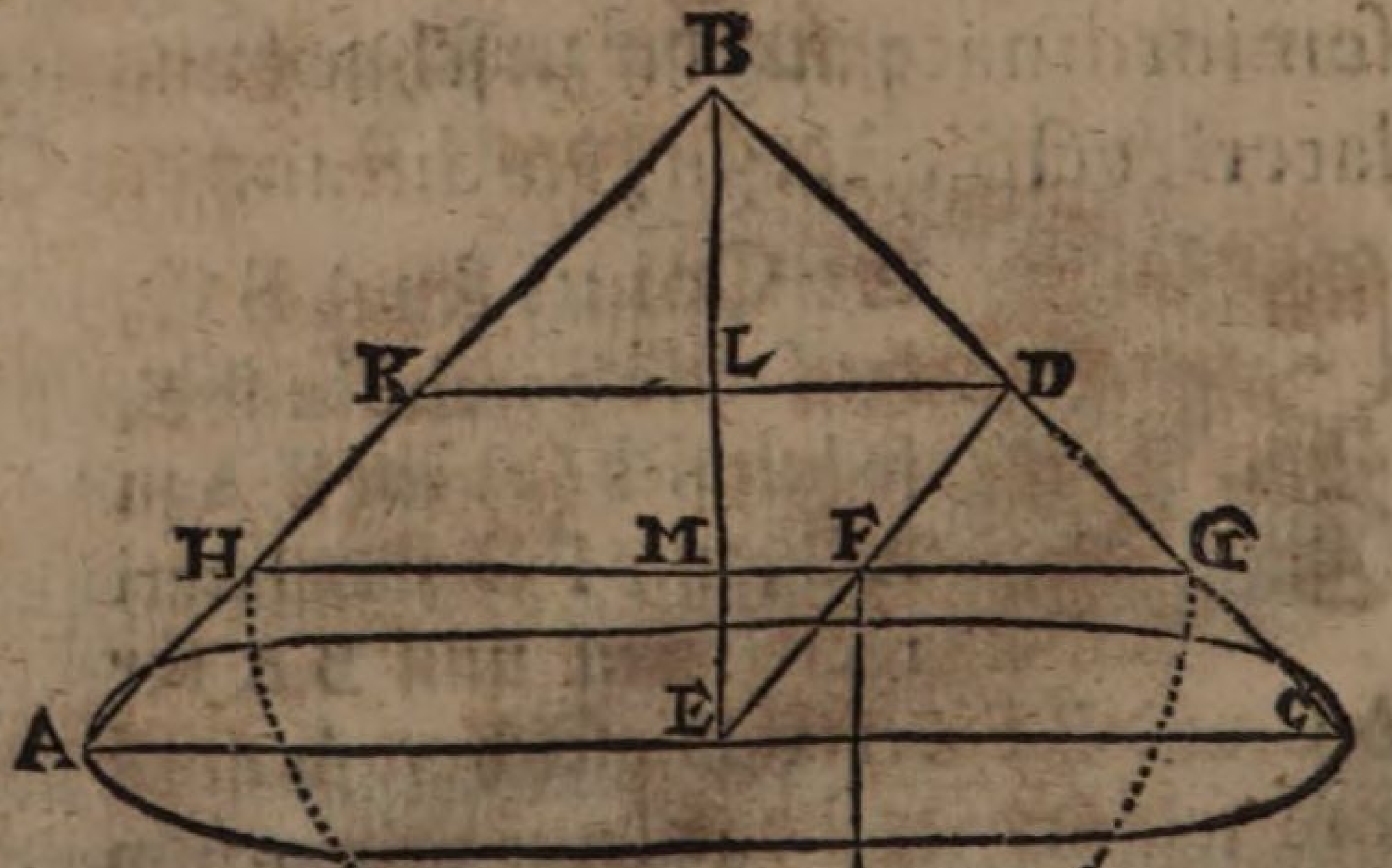


Die XIII. PROPOSITION.

Bey der section parabolæ in einem Cono rectangulo felt das centrum reflexionis in die mitte zwischen den verticem vnd den punctum, darinnen sich Axis Coni vnd Axis der parabolæ zerschneidet.

(a) 5. prop. hujus.

Der Conus rectangulus sey ABC, die Sectio parabolæ DE, das punctum sectionis E, so sage ich daß die helffte zwischẽ D vnd E als F das Centrum reflexionis sey. Dann (a) weil sich helt wie BA zu AC, also *K*D zum lateri recto, vnd dann die winckel ABC, vnd BLK gleich / vnd beyde rechte / vnd also proportional, so helt sich auch LB zu BK, wie K D zum lateri recto: Nun sind BL vñ LK gleich / vnnd halb so lang als KD, vnd BK gleich DE, oder halb so lang als BA, so erfolgt / weil BL halb so lang als KD, das BK auch halb so lang als das latus rectum sey / nun ist auch DF halb so lang als BK



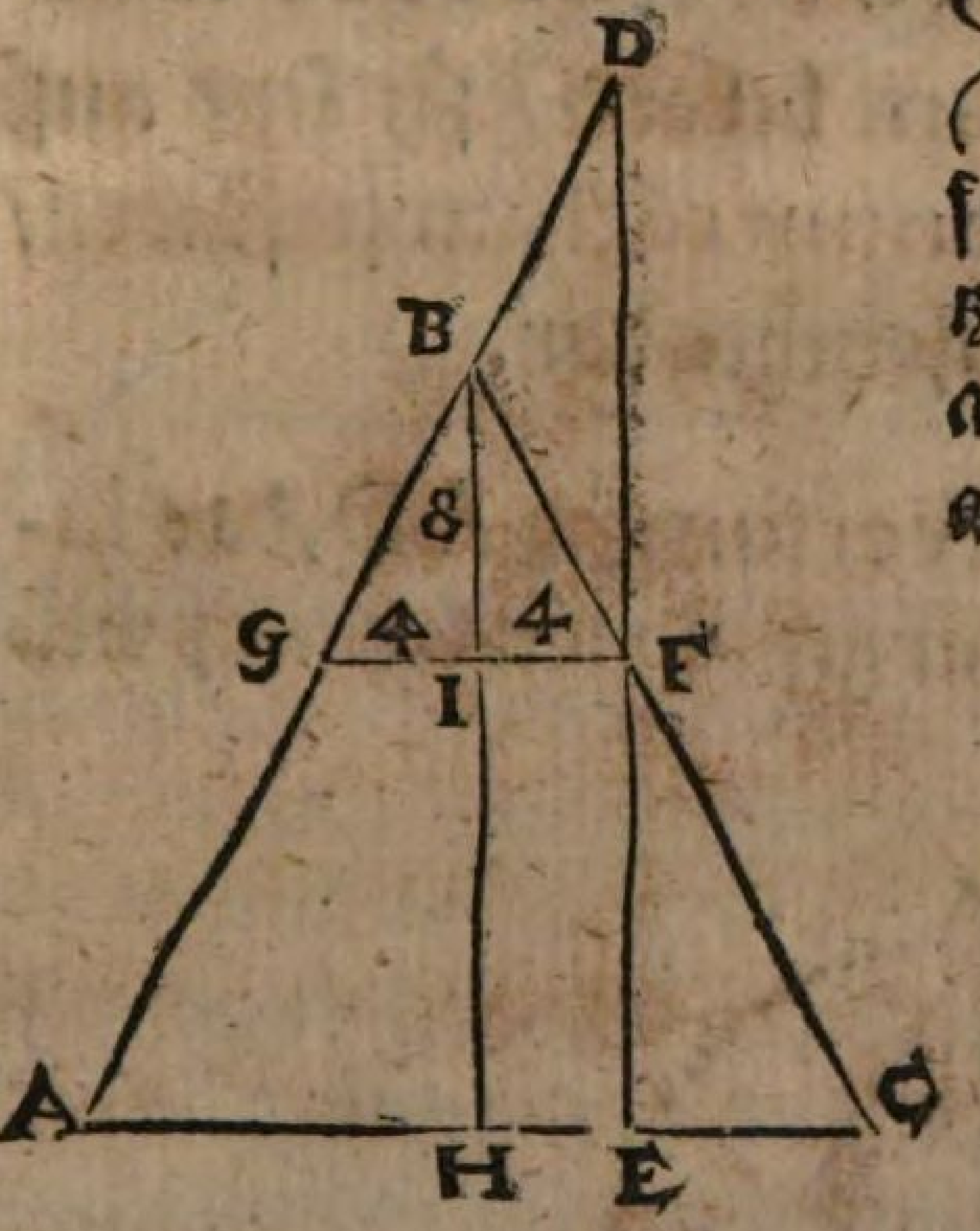
oder

oder $\frac{1}{4}$ vom latero recto, derowegen ist solches das Centrum reflexionis, wie zu beweisen war.

Die XIV. PROPOSITION.

WAnn in einem Cono recto in welchem die axis oder höhe desselben gleich der Basi, die Sectio der Hyperbolæ der Axi parallel gethan wird/so ist das latus rectum halb so lang/als das latus primariũ, oder $\frac{1}{4}$ vom eusseren Diametro oder latere transverso.

DEr Conus rectus sey ABC, dessen Axis BH, so gleich der Basi AC, in welchem GF das latus primarium, vnd DF der eussere diameter oder latus trãsversum, welcher doppel so lang als BI, so sage ich/ daß das latus rectum halb so lang sey/ als das latus primarium GF; dann es helt sich das Quad. DF zum Quadrat von FG, wie die lini DF zum lateri recto. (a) Nun ist DF noch so lang als GF: Darauß erfolgt/wie sich helt das Quadrat DF, als deß gantzen/ zum Quadrat von FG, dessen halben theil; also helt sich auch die lini DF zu der helffte von FG, als zum latere recto, welches zu beweisen war. (a) 6. pr. hujus.

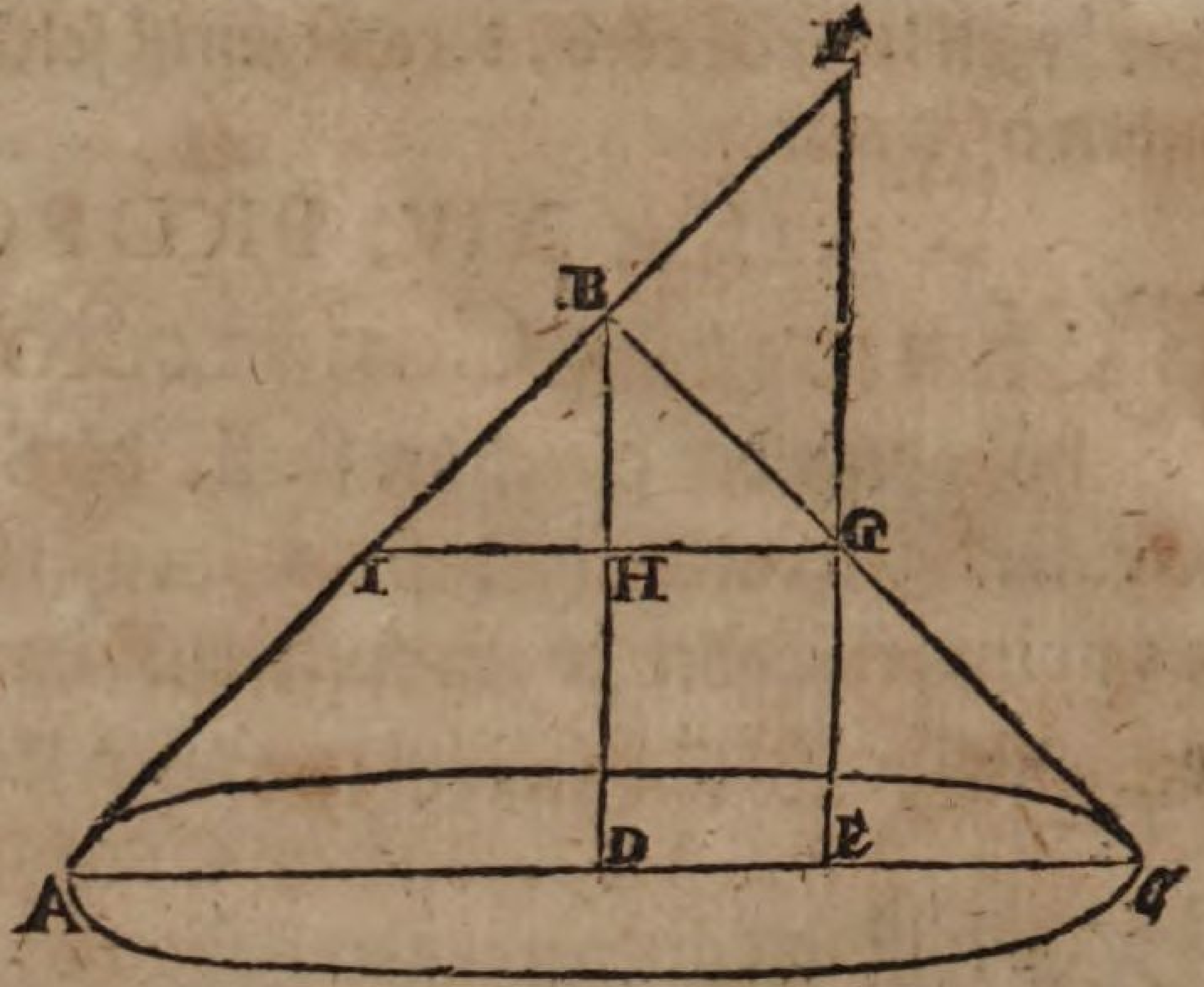


Die XV. PROPOSITION.

WAnn in einem Cono rectangulo die Hyperbola der axi Coni parallel secirt, so ist in derselben das latus rectum gleich dem eusseren diametro, vnd auch dem lateri primario.

DER Conus rectangulus sey ABC, die sectio Hyperbolæ FE, so der axi B D parallel, so sage ich/ daß das latus rectum dieser Section, gleich sey dem eussern diametro FG, oder dem lateri primario IG. Dann der winckel IBG ist ein rechter: vnd gleichmässig auch BHG, vnd ist IG von BH in zwey

gleiche theile getheilet / daher IH gleich HB. Weil nun IH halb ist IG, so ist auch BH halb FG. Vnd die pportz wie das quad. FG zum Quadrat GI, Also FG zum latere recto. Daher nun/ weil FG vnd GI gleich/ das latus rectum auch jhnen gleich sein muß/ wie zu beweisen war.

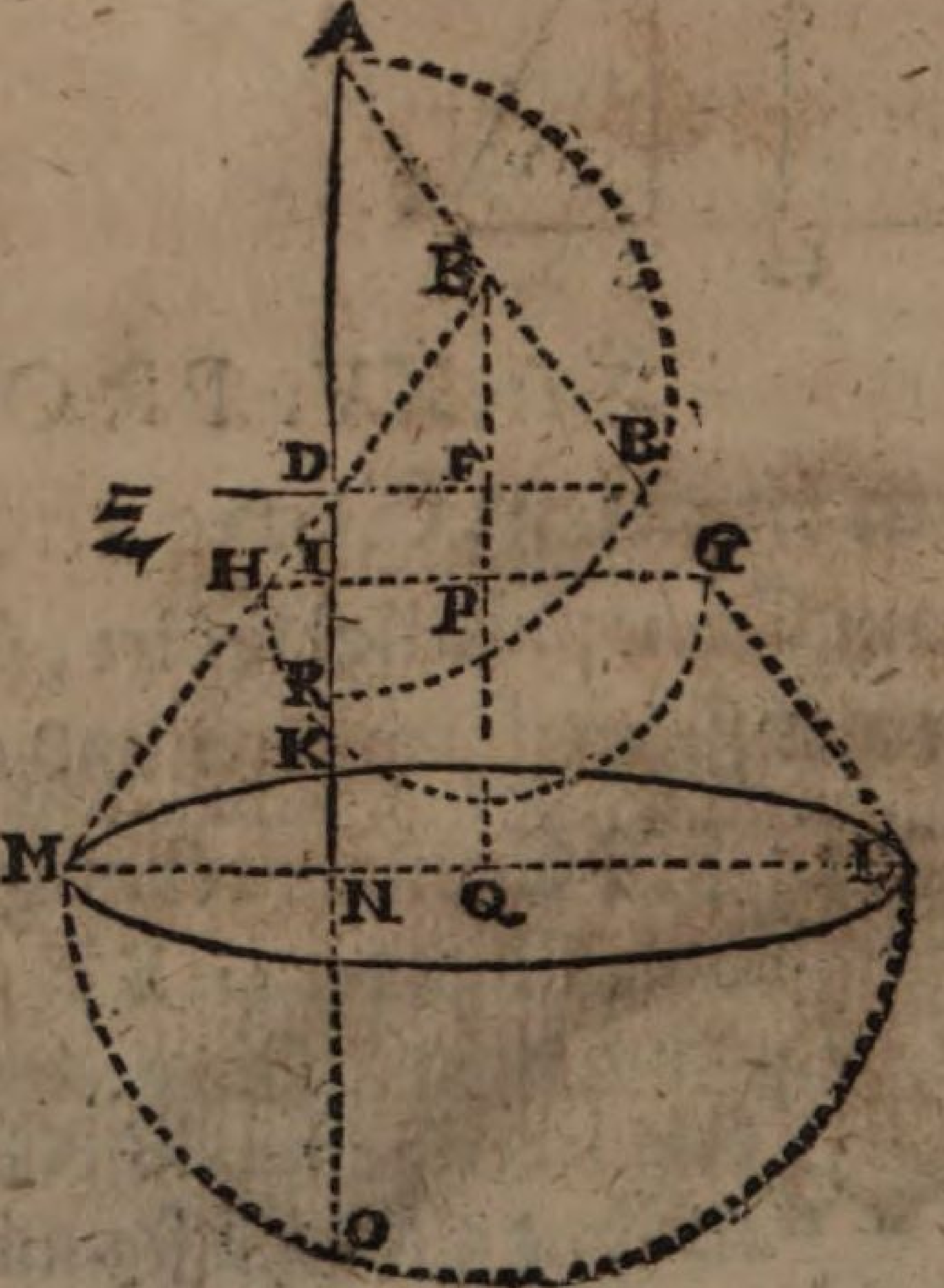


Die XVI. PROPOSITION.

WAnn neben dem eussern Diametro oder latere trāsverso einer Hyperbolæ das latus rectum bekand / sie seye auß was für eim Cono sie wolle secirt, einen Conum rectum zu finden/ auß welchem diese Section der axi parallel geschehen kan.

DEr eussere diameter oder latus transversum sey AD, das latus rectum DZ, hierzu sol ein Conus rectus gesucht werden/ auß welchem diese Section der axi parallel geschehen kan: So suche zu AD dem latere transverso vnd latere recto DZ, ein mittel proportional lini, als mache DZ gleich DR, so wird im Circkel ABR, DB die begerte lini seyn/ (a) nemblich das latus primarium eines Coni recti. Derowegen so BA gezogen/ in E in zwey gleiche theile getheilet/ vnd EBL, EDM gerissen werden / so ist LEM der begehrte Conus, helt sich also AD zu DZ, wie das Quadrat AD zum Quadrat DB, oder das rectangulum AID, zum Quadrat IK, wie das rectangulum AND zum Quadrat NO, Wie begehret worden.

(a) 6 prop. hujus.

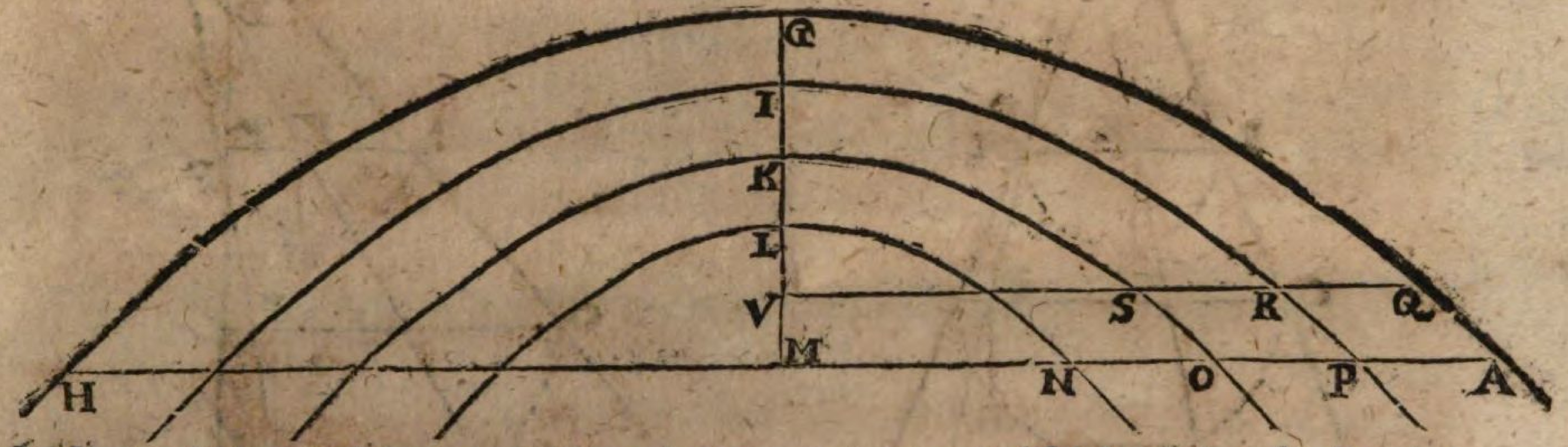


Die

Die XVII. PROPOSITION.

Alle linien parabolæ, sie seyen auß einem Cono wie er wolle secirt, seynd gleichförmig/vnd thun sich auff/ nach der distantz deß Centri reflexionis vom vertice der parabol.

Dieses ist darauß offenbahr/weil jederzeit die Semiordinata auß dem Centro reflexionis doppel so lang als die distantz deß Centri vom vertice, dahero dann/weil die proportz/ wie die distantz deß Centri vom vertice zum Quadrat einer semiordinatæ, also ein ander distantz zu einer andern semiordinaten, auß dem puncten

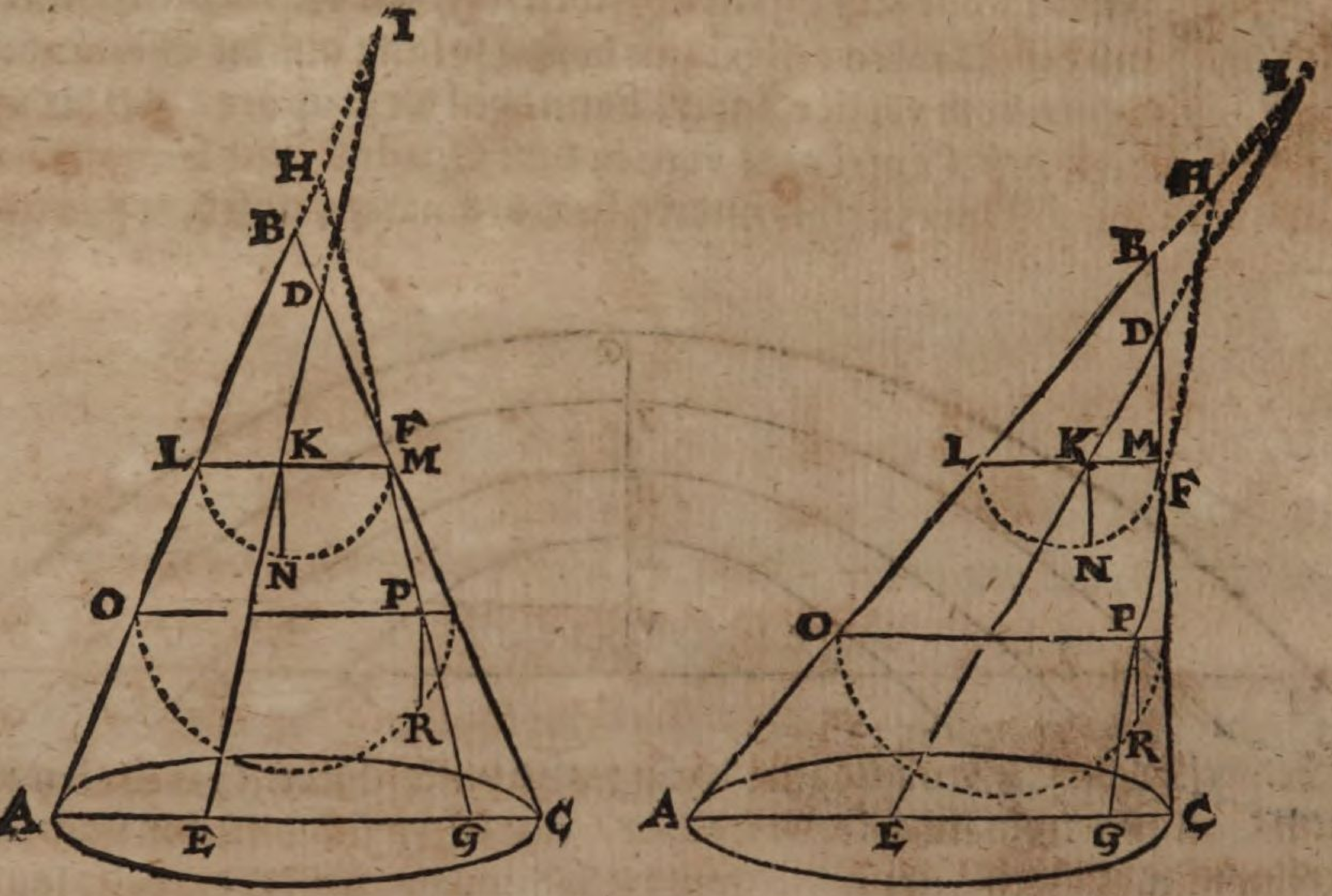


solcher weite vom Centro gezögen: dann wann vnterschiedene parabolen in einem Cono vntereinander secirt werden / ergrössern sich dieselben nach der vbereinander gesetzten weite / vnd weil die Semiordinata MA doppel so lang als die distantz vom vertice MG, PM doppel MI, MO doppel MK, vnd MN doppel ML, so helt sich wie GV zum Quadrat VQ, also GM zum Quadrat MA, vnd wie IV zu KV, also das Quadrat VR zum Quadrat VS: derowegen sind sie alle gleichförmig / vnnd gleich wie in reissung eines gemeinen Circkels der diameter groß genommen/so wird die Circumferentz auch flecher vnd grösser/also so in der parabola die weite deß Centri reflexionis vom vertice groß genommen wird/so wird auch die Peripheria gegen dem Centro jederzeit 4. mahl weiter.

Die XVIII. PROPOSITION.

Auß einem jeden Cono, er sey rectus oder scalenus, kan eine gleiche vnnd gleichförmige Hyperbole durch zweyerley sectiones seciret werden.

IM Cono A B C, seye die sectio hyperbolæ DE, dero latus transversum D I. Wann nun BH dem BD, vnd B F dem BI gleich gemacht / so ist auch I D vnd HF vnd also der triangel DBI dem HBF gleich. Derowegen wann HF ins G erlēgert wird/ so sage ich daß die section D E, gleichförmig vnd gleich sey der Section FG.



Man mache D K vnd F P einander gleich / vnd ziehe durch K vnd P die linien LM, OQ. Weil nun die Triangul D B I vnd FBH einander gleich seyn/ so ist auch das rectangulum LKM gleich dem rectang. OP Q (a) vnd das quad. KN gleich dem Quad. PR. Nun helt sich (b) das rectangulum IKD oder dem gleich HP F zum Quad. KN oder dem gleich PR / wie das latus transversum ID oder dem gleich HF zum latere recto. Derowegen ist in beyden ein latus rectum, vnd seynd die gleichen Semiordinaten KN vnd PR, auch gleiche weit von ihren Verticen F vnd D: Dahero sind sie auch gleich/ wie zu beweisen war.

(a) 4. Lemma hujus.
(b) 2 prop. hujus.

Die

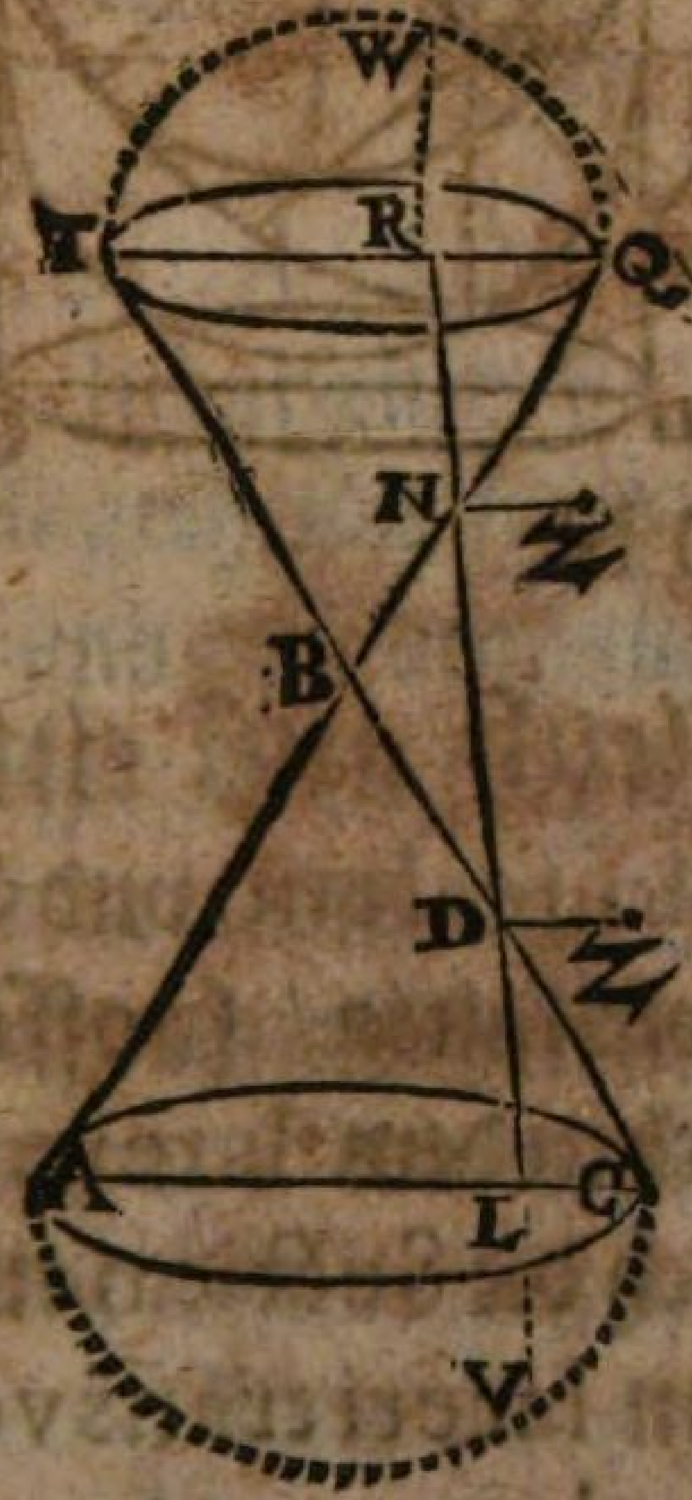
Die XIX. PROPOSITION.

Wann zwey gleichförmige Coni im vertical puncten einander opponirt seyn/ vnd beyde durch ein plan nit durch den verticem secirt werden/ so seynd die durchschneidungen in beyden Conis gleichförmig/ vnd Hyperbolen mit einem latere recto.

DIe zwey Coni seyen ABC, QBT, so im vertice B ein andern opponiret, also daß deren beyder seiten ABQ vnd CBT gerade Linien geben/ dieselbigen seyen durch ein plan RL secirt: So sage ich/ daß die section DL gleich sey der section NR. Man mache NR vnd DL einander gleich/ so sind die rectangula (a) QRT vnd CLA, Item DRN vnd NLD / gleichmässig die mittel proportionaln RW, LV einander gleich/ nun hält sich (b) das rectangulum NLD zum Quadrat LV, wie ND zum latere recto, oder wie das rectangulum DRN zum Quadrat RW, also DN, zum latere recto NZ; weil nun NR, DL, also auch die mittel proportionaln oder semiordinaten RW vnd LV einander gleich seyn/ vnd also auch den eussern diametrum oder latus transversum gemein / vnd gleiche / oder ein latus rectum haben/ so erfolgt auch/ daß die sectionen NR vnnd DL einander gleich seyn / welches hier zu beweisen war.

(a) 13. 4. Lemma.

(b) 4. pr. hujus.



Die XX. PROPOSITION.

Wann die Ellipsis auß einem Cylindro secirt, vnd der grössere Diameter der Ellipsis, vnnd der Circularische Diameter der weite deß Cylindri, proportionaliter zertheilet werden/ so sind die semiordinaten so auß diesen puncten, beydes in der Ellipsi vnd Circkel/ an die peripheriam gezogen werden/ einander gleich.

DEr Cylinder sey A B C D, dessen weite ist der Circkel AB, vnnd EF die Section der Ellipsis, wann nun AB vnd EF durch die puncten GHI, SVW proportionaliter zertheilet werden / so sind die semiordinaten in der Ellipsi SN, VO, WP gleich denen im Circkel GK, HL, IM. Dann weil die seiten deß Cylinders parallel/ so sind auch die Diametri AB, TQ vnd alle andere darzwischen gezogene Circkel einander gleich / Nun ist AB vnd EF proportionaliter zertheilet/ vnd die Diametri der Circkel so darzwischen gezogen einander parallel, dahero ist AG gleich QS, AI gleich XW, &c. Auß welchem erfolget / das GK auch gleich sey SN, HN der VO, vnd IM der WP, wie allhier zu beweisen begeret worden.

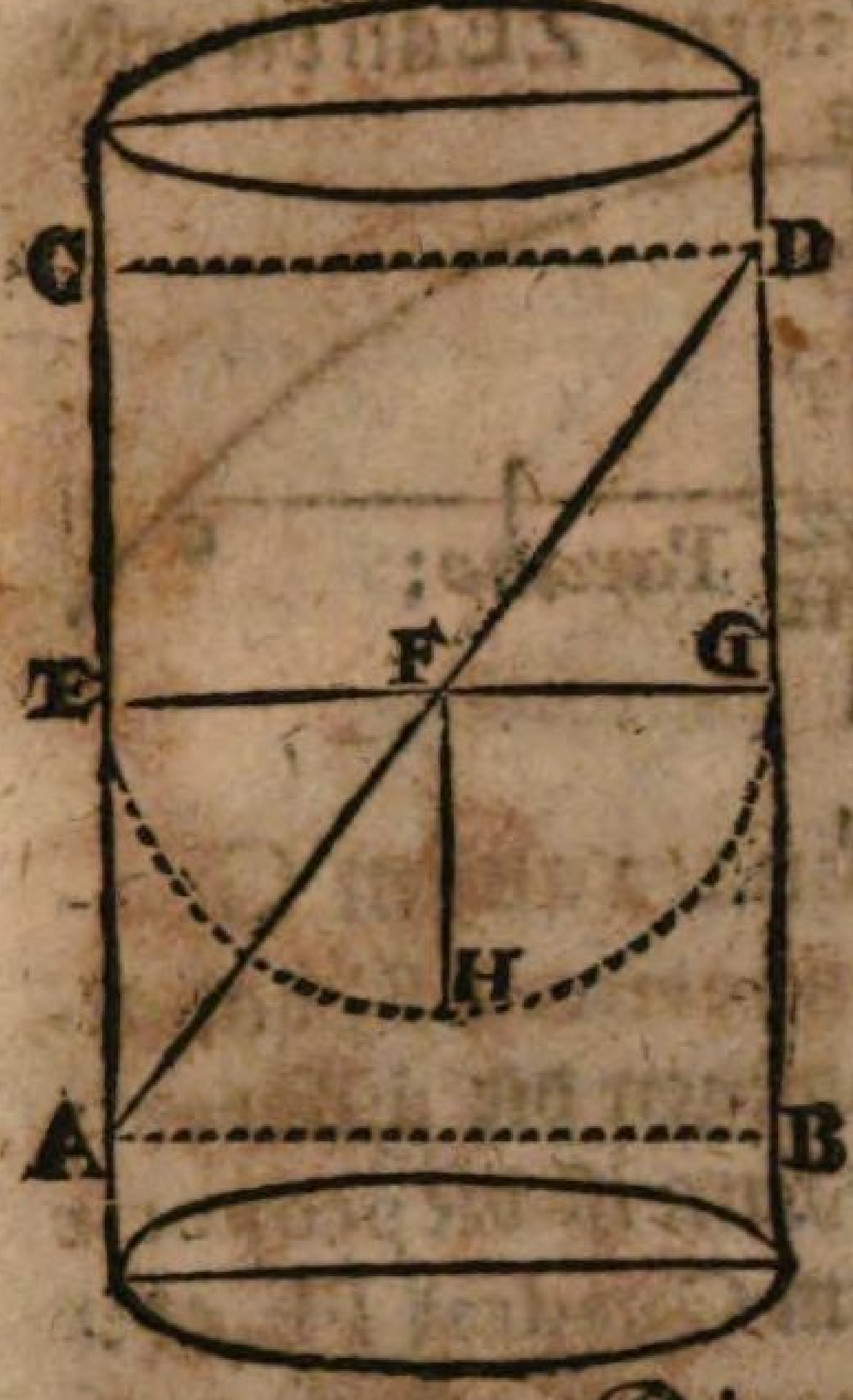
Die XXI. PROPOSITION.

EIne jede gegebene Ellipsis kan zugleich auß einem Cono rectangulo, acutangulo, obtusangulo, scaleno vnd Cylindro seciret werden/ vnd ist die verenderung so vielfaltig / so offt der kleinere Diameter media proportionalis zwischen dem latere primario vnd der vnderzogenen lini oder Basi darin sich die Section endet/ seyn kan / biß so lange das latus primarium dem lateri transverso gleich ist/ als dann ist die Section auß einem Cylindro.

(a) 7. pr. hujus.

WEil der kleinere Diameter einer Ellipsis jederzeit (a) media proportionalis zwischen der Basi am ende der Section vnd latere primario eines Coni, darauß solche secirt wird / so ist vnnötig weitläufftig zu beweisen/ wie offt vnd vnendliche mahl eine lini als der kleinere Diameter zwischen zweyen andern Linien/ deren die gröste Basis, die kleinste aber das latus primarium eines Coni ist/ seyn kan. Wann aber die Basis AB gleich dem lateri primario CD, vnd also auch dem kleinern Diametro EF gleich/ so ist solche Section auß einem Cylindro, als hier auß

ABCD,



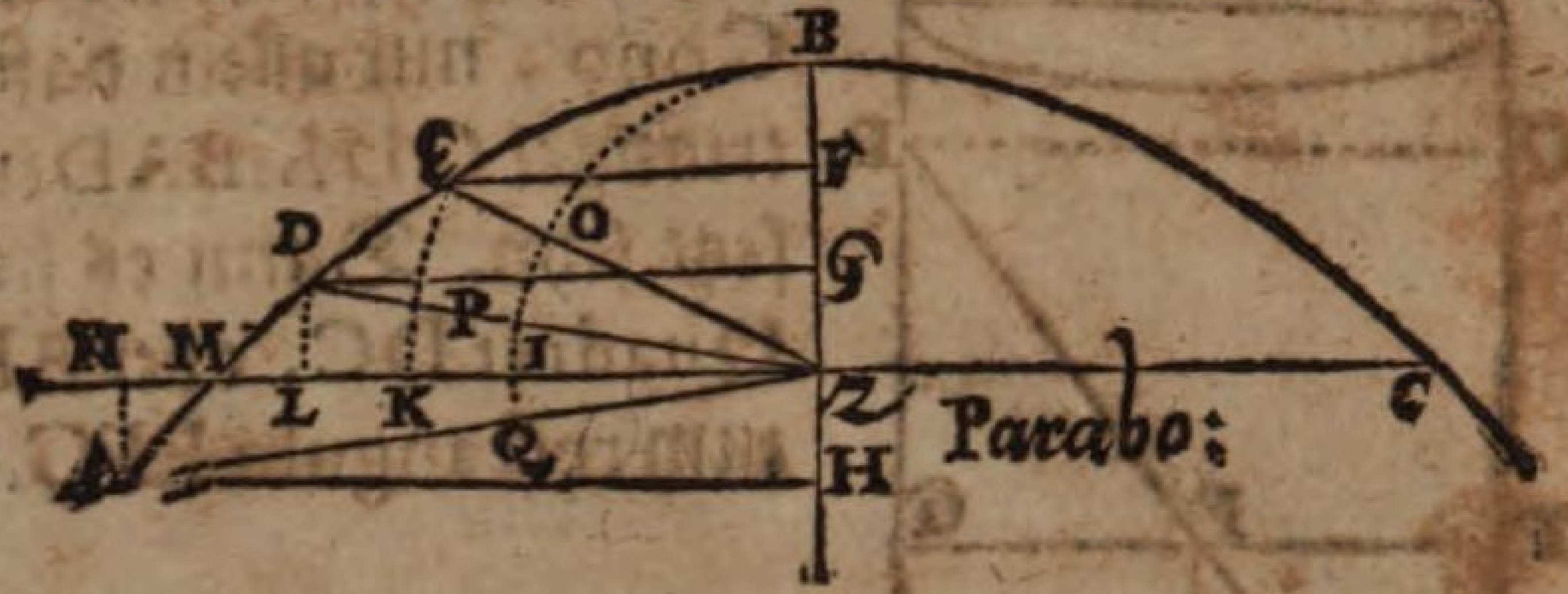
ABCD, in welchem dann die proportzen gleich wie im Cono, nur allein daß im Cylindro gleichförmige triangel CDA, BAD in der proportz zu sammen gesetzt seyn. Dann es helt sich das Quadrat AD zum Quadrat DC, oder AB, wie das rectangulum AFD zum rectangulo EFG.

Die XXII. PROPOSITION.

Wann in der Parabola, Hyperbola vnd Ellipsi die distantz deß Centri reflexionis vom vertice in etzliche gleiche theile getheilet/solche theilen auch vnders Centrum reflexionis gesetzet/vnd auß denselben puncten semiordinaten an die Peripheriam gezogen/ vnd folgends in die puncten der Zerschneidung in der Peripheria linien auß dem Centro geführet werden / wann dann die differentz zwischen der distantz vom vertice vnnd der Semiordinata so außm Centro gezogen / gleichmessig in so viel theile getheilet wird/ wie die distantz vom vertice getheilet worden/so ist diese distantz deß Centri vom vertice sampt dem ersten theil der differentz gleich der lini auß dem Centro an die erste semiordinatam, gleichmessig diese distantz sampt zwey theile von der differentz gleich der lini so außm Centro an die andere Semiordinatam gezogen worden / vnnd also furters mit allen andern.

DJE Parabola sey AMDBC, deren vertex B, Centrum reflectionis Z, die Semiordinata außm Centro ZM, die differentz zwischen dem Centro vom vertice ZB, vnd der Semiordinatæ außm Cētro ZM ist IM. Es werde nū ZB in etliche gleiche theile als allhier durch die puncten F vñ G in drey gleiche theile getheilet/vñ deren eines ZH vbers Centrum ins H gesetzt / gleichmessig werde auch IM die differentz also durch K vnd L zertheilet / vnd ein theil MN vber die Peripheriam

riam hinauß gesetzt. So sage ich / daß die lini außm Centro ZE an die erste Semiordinatam FE gleich sey der distantz vom vertice ZB, oder der gleich ZI, sampt dem ersten theil IK. Wiederumb ZA ist gleich ZB mit IN vnnd also auch mit allen andern.



(a) 8. pr. hujus.

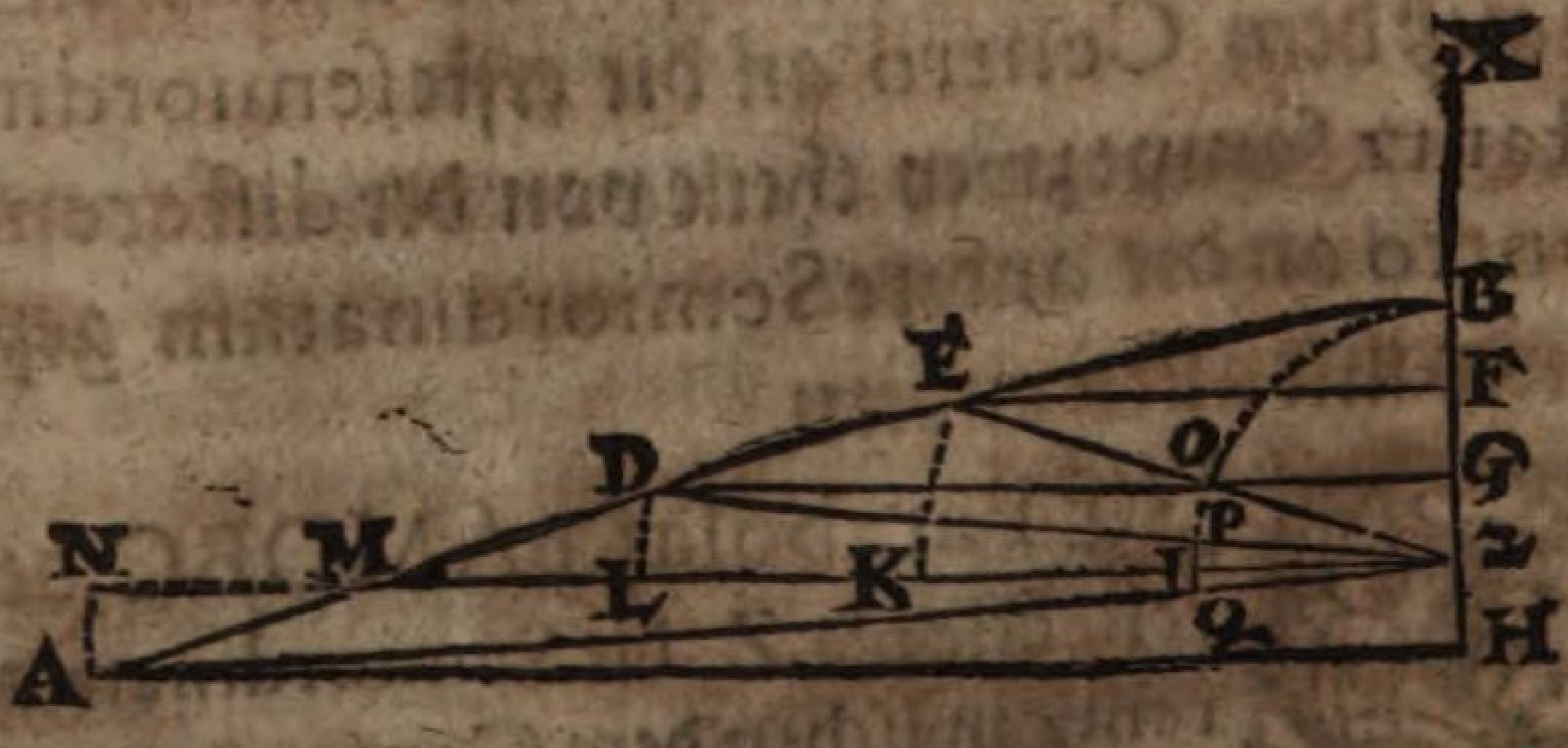
(b) 1. prop. hujus.

DAnn in der parabol ist (a) die semiordinata außm Centro ZM doppel so lang als die distantz vom vertice ZB, vnd also MC gleich dem lateri recto. Derowegen die differentz zwischen ZB vnd ZM, als IM gleich ZB. Nun ist die proportz (b) wie BZ zum Quadrat ZM, also BF zum Quadrat FE, oder BH zum Quadrat HA. Dahero dann alle Semiordinaten ein gewisse maß vnd proporrion gegen der Semiordinatæ auß dem Centro haben / vnd ist IM die proportional differentz zwischen BZ vnd ZM, vnd also ZM gleich der distantz ZB, sampt der differentz IM. Nun ist IM in so viel theile zertheilet / wie ZB zertheilet ist. Derowegen so ist KI, oder EO mit ZB *gleich der weite* EZ. Widerumb IM vnd ZB gleich ZM, wie auch IN vnnd ZB gleich ZA, vnd also mit allen andern / wie zu beweisen von nöten war.

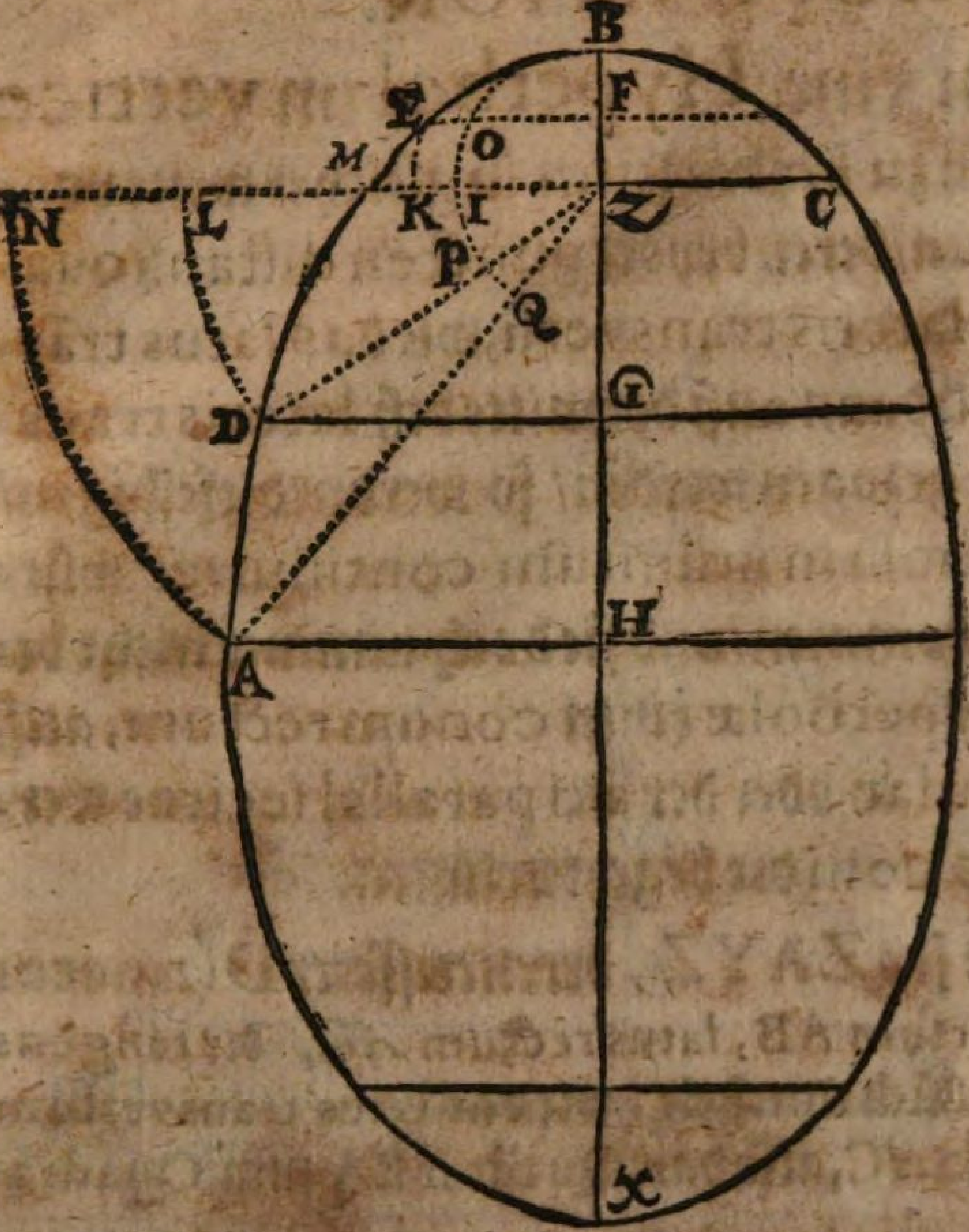
(a) 10. pr. hujus.

(b) 2. pr. hujus.

IN der Hyperbola aber ist die Semiordinata außm Centro (a) mehr als zwey mahl so lang wie die distantz vom vertice ZB, Derowegen auch die differentz zwischen BZ vnnd ZM als IM, grösser als ZB. Nun ist die proportion (b) wie der eusser Diameter XB mit BF in BF, das ist / das rectangulum XFB, zum Quadrat FE, also das rectangulum XGB zum Quadrat GD, oder das rectangulum XZB zum Quadrat ZM, dahero dann alle semiordinaten eine gewisse proportion gegen der semiordinata auß dem



Centro haben / vnd ist IM die proportional differentz zwischen BZ vnnd ZM



ZM, vnd also zM gleich der distantz ZB sampt der differentz IM. Nun ist IM in so viel theile zertheilet/wie zB zertheilet ist/derowegen so ist KI oder EO mit zB gleich Ez, LI oder DP mit zB gleich zD, IM vnnd ZB gleich ZM, IN vnd ZB gleich ZA, vnd also mit allen folgenden.

Letzlichen in der Ellipsi ist die semiordinata außm cētro (c) wenïger als zweymal so lang/ wie die distantz vom vertice ZB. Derowegen auch die Differentz zwischen BZ, vnd zM, als IM kleiner als ZB. Nun ist die proportion (d) wie das rectangulum XFB zum Quadrat FE, also das rectangulum XZB zum Quadrat ZM, dahero dann alle Semiordinaten ein gewisse proportion gegen der Semiordinata außm Centro haben/vnnd ist IM die proportional differentz zwischen BZ vnd zM, vnd also zIM gleich der distantz zB sampt der differentz IM. Man theile nun IM, wie zB getheilet ist/ so ist als dann zK gleich zE. Nun ist (e) zA gleich BH, derowegen wann ZN derselben gleich gemachet/ auch ZH in G/ wie MN in L getheilet wird/ so wird die helfte von MN mit ZM gleich seyn ZD, nemblich den Puncten in der peripheria, so auß der helffte ZH ein Semiordinata in die Peripheriam gezogen worden. Wann also ZN gleich ZA gemachet/ vnd MN wie ZH proportionaliter zertheilet wird/ so wird die Distantz von Z in den ersten puncten, die erste Semiordinata, die Distanz von Z in dē andern puncten, die andere Semiordinata: Vnd also folgends biß zum ende abschneidē/ als ZK, ist gleich ZE, zL gleich zD, vnd zN gleich zA, vnd so furters/wie zu erweisen von nöten.

(c) 11. pr. hujus.

(d) 2. pr. hujus.

(e) 11. pr. hujus.

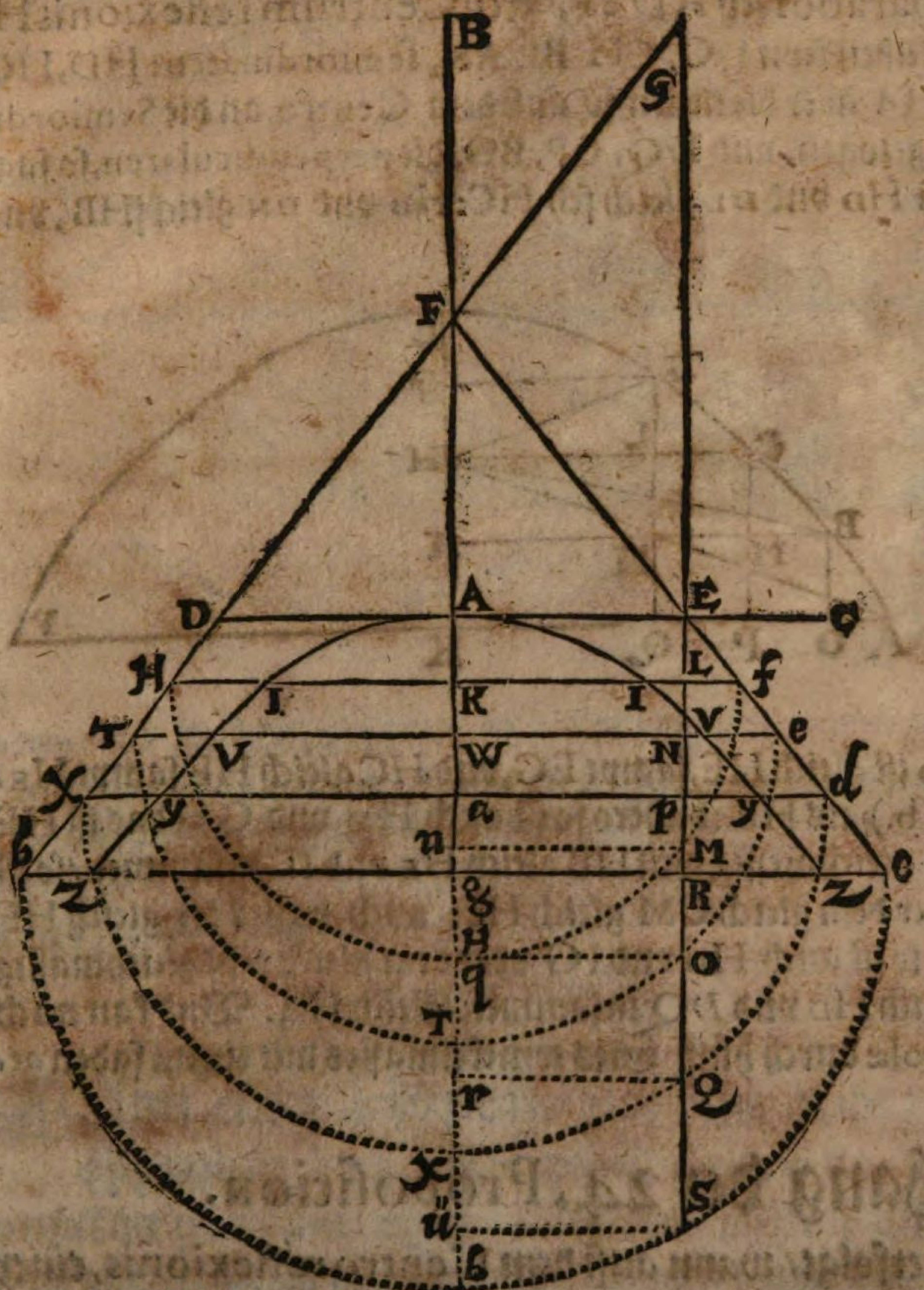
Die XXIII. PROPOSITION.

Wann eine gerade lini eine Hyperbol im vertice berühret/ vnd auff derselben zu beyden seiten in gleicher weite vom vertice puncten gesucht werden/ deren beyder puncten distantz quadrat sich helt zum quadrat deß lateris transversi, wie das latus träsversum zum lateri recto, vnd dann auß der mitte deß lateris transversi linien durch diese puncten gezogen werden/ so werden dieselbigen/ wann sie gleich mit der Hyperbola in infinitum continuiret würden/ deroselben je länger je neher kommen/ vnd sie doch nimmer nicht berühren. Oder suche zu einer Hyperbolæ einen conum rectum, auß welchem dieselbige perpendicular oder der axi parallel feciret werden kan/ so seind die seiten solches coni die begerten linien.

DIE Hyperbole sey ZAYZ, deren eusserer Diameter oder latus transversum AB, latus rectum *AC*, die tangens im vertice DE; weil sich nun helt / wie das latus transversum B*A* zum lateri recto *A*C, also das Quadrat BA zum Quadrat DE vnd dann AD vnd *AE* gleich / vnnd auß der mitte *A*B als auß F linien durch die puncten D vnd *E* gezogen werden / so sage ich / wann dieselben mit der Hyperbola vnendlich continuiret würden / werden sie je lenger je neher kommen vnd doch einander in infinitum nicht berühren. Diese linien Fb vnd FC, werden von Apollonio (a) Asymptoti genennet. Diese lini DE ist nichts anders dann das latus primarium eines Coni auß welchem die Hyperbole der axi parallel feciret wird / dann wie sich helt (b) der eussere diameter oder latus transversum BA zum lateri recto *A* C, also das Quadrat B*A* zum Quadrat vom latere primario, ist DE, derowegen so gibt die perpendicular Section ER, die Hyperbolen ZVAYz, das nun Fb vnd Fc intactæ vnd der Hyperbolæ ie lenger je neher kommen / dieselbe aber nit berühren können / wird also erwiesen: Man ziehe dem lateri primario etzliche parallelen Hf, Tc, Xd, bc, vnd mache folgends auß jeder ein Semicircul, so sind in der Section ER die Semiordinaten LM, NO, PQ, RS, oder denen gleich *K*I, WV, aY, gZ. Weil nun ER der axi Ag parallel, so bleibt in allen gezogenen Circulen ein gleicher Sinus versus L*K*, NW, Pa. Vnd werden die *C*ircul ie grösser sie seyn / je flecher; dahero wird auch nH oder IH grösser als qT oder VT, das VT grösser als YX, vnd so forthan / daß endlichen je grösser die Circkel werdẽ / je kleiner die Differentz zwischen der Semiordinata vnd dem Semi-

(a) 1. pr. 2. lib. Con. Apoll.
(b) 16. pr. hujus.

diame-



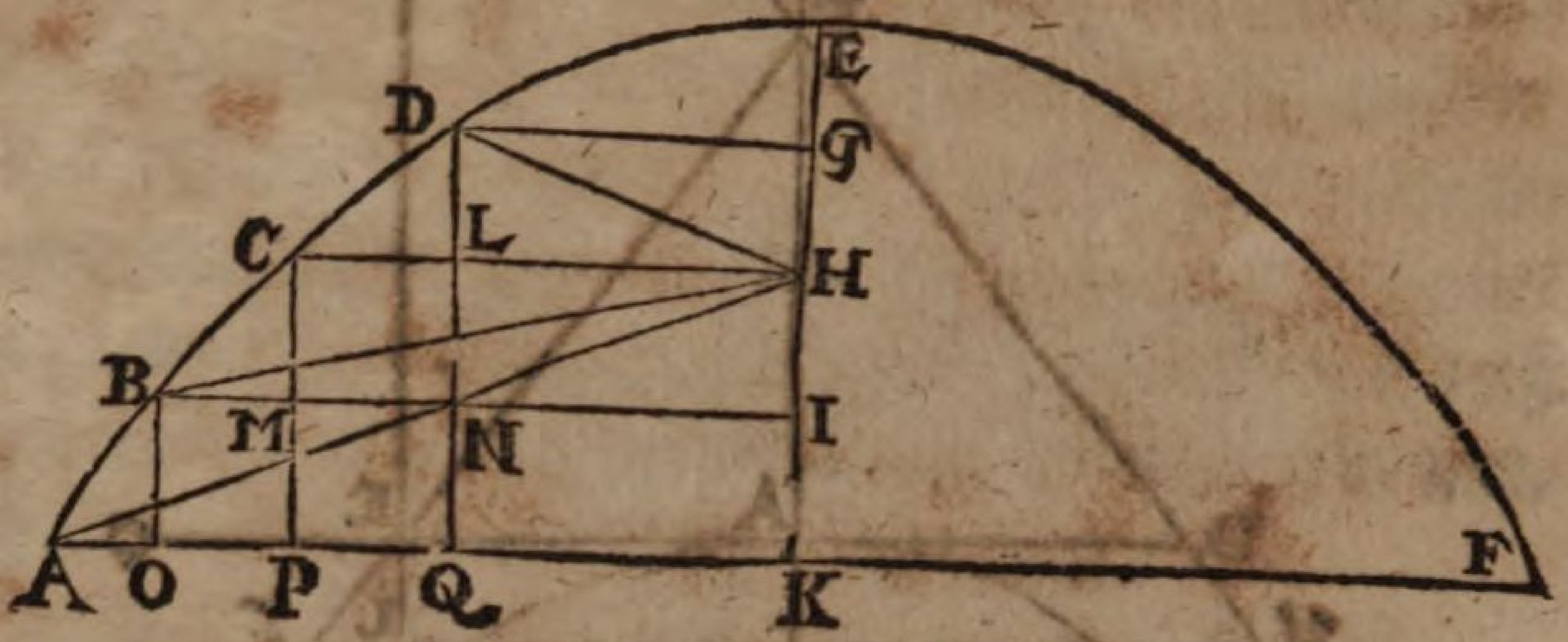
diametro wird / vñ werden doch nimmermehr nit gleich werden können / weil allzeit ein gleicher Sinus versus bleibt / vnd also ein Sagittam ub geben muß / daß also die krumme A Y z der geraden F b je lẽger je neher kõmt / vñ kan doch dieselbe in infinitum nicht berühren; Welches das jenige so zu beweisen war.

Die XXIV. PROPOSITION.

Wann in einer parabola auß dem Centro ein lini an die Peripheriam gezogen / vnnd auß solchem punct ein andre lini der axi parallel auff eine semiordinatam gefellet wird / so seynd diese beyde so lang / als die lini / so auß dem Centro in die peripheriam in diese semiordinatam gethan worden.

Die

DJE parabol sey ADEF, deren Centrum reflexionis H, in derselben seyn DG, CH, BI, AK, semiordinaten: HD, HC, HB, HA aber die linien so auß dem Centro an die Semiordinaten gezogen/ vnd DQ, CP, BO, die perpendicularen, so sage ich daß HD vnd DL gleich sey HC: HD vnd DN gleich HB, vnd HD vnd DQ gleich HA. Item HC, vñ CM gleich HB; vñ HC vnd CP gleich HA; wie auch HB vnd BO gleich HA; vnd seynd also HD vnd DQ, HC vnd CP, HB vnd BO, je zusammẽ gleich/ vnd gleich HA.



(a) 21. pr. hujus. (b) 8. pr. hujus.

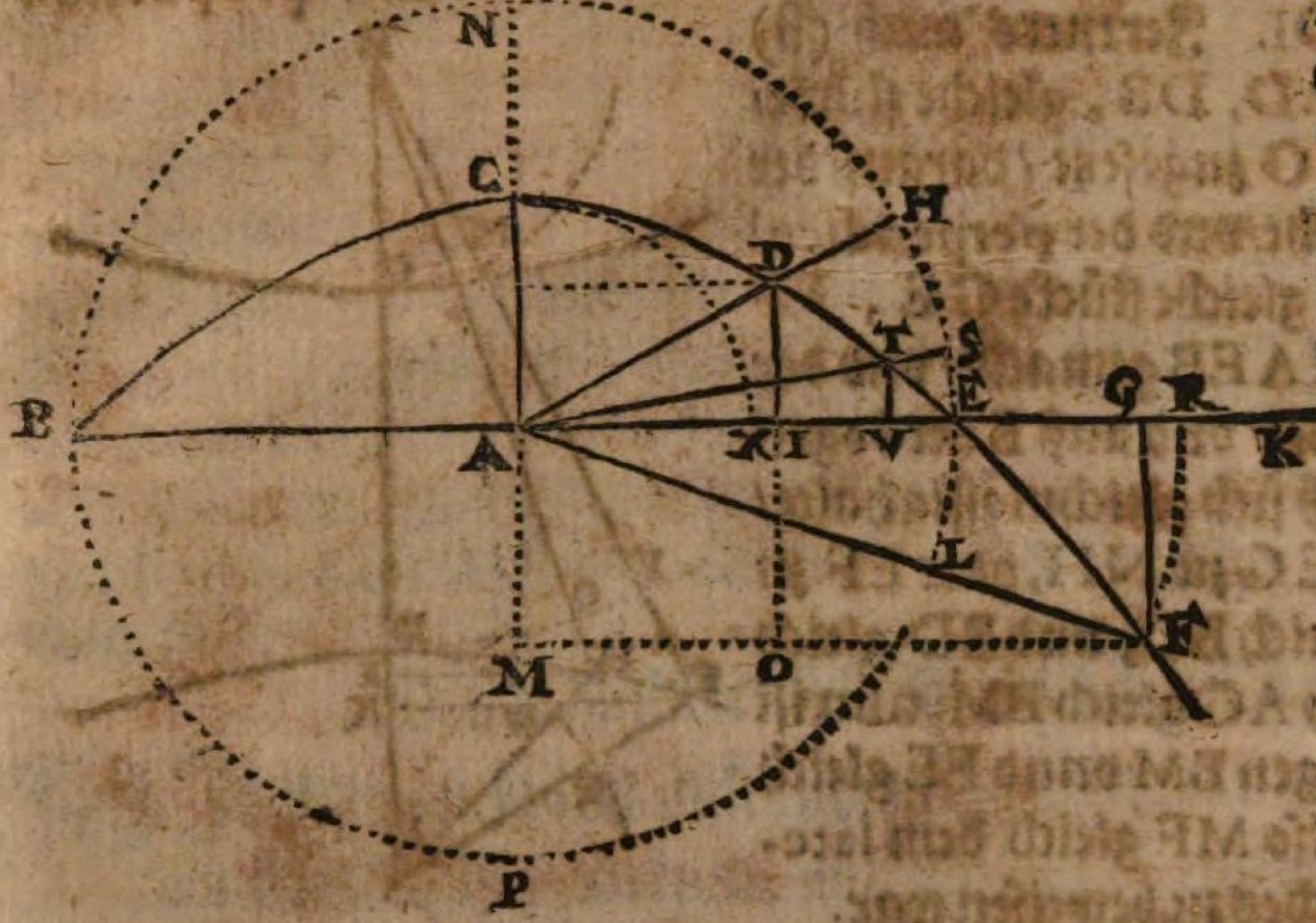
Dann (a) HD ist gleich HE, sampt EG, vnd HC gleich HE sampt HE/ oder doppel so lang (b) als HE: dahero so ist auch HD vnd GH das ist HE doppelt/ gleich HC; gleichmessig weil HB gleich HE vnd IE zusammen/ so ist auch HC vnd HI oder dem gleich CM gleich HB; auch weil HD gleich HE vnd EG zusammen/ so ist auch HD vnd IG oder dem gleich DN gleichmässig HB gleich/ also ist auch HD vnd DQ zusammen/ gleich HA. Vnd kan nach diesem die lini parabolæ durch hülff eines winckelmaßes mit einem faden gerissen werden.

Anhang der 24. Proposition.

AVß vorigem erfolgt/ wann auß dem Centro reflexionis, einer parabol ein Circkel gezogen wird/ des Diameter gleich dem lateri recto der parabol, vnd darnach auß diesem Centro ein lini nach gefallen durch die Circumferentz solches Circkels also gezogen wird/ daß sie die parabol mit zerschneidet/ so ist allezeit die distantz des puncten in der section oder Lini der parabol, biß an die Circumferentz dieses Circkels / gleich so lang als der perpendicul, so auß demselben puncten auff den Diameter gefället wird.

Die

Die Parabol sey BCDE, deren Centrum reflexionis A, vnd latus rectũ BE so nach gefallen erlängert werdẽ kan/ So nun AH gezogẽ wird/ solche zerschneidet die Parabol im D. Oder auch so AL gezogen/ vnd biß in die Parabolã erlängert wird/ solche zerschneidet dieselbe im F. Es werde auch DI vñ FG gesellet/ so sage ich daß DH gleich sey DI. Vñ LF gleich FG.



Dañ nach dieser 24 prop: ist AD vñ DI, gleich AE oder AH/ vñ AT vnd TV gleich AE oder AS, dahero erfolgt/ daß DH vnd DI, also auch TS vnd TV gleich seyn müssen. Also auch AD vnd DO seyn gleich AF, auch ist IO vnd FG, weil MF der AE parallel, vnd AD vnd DI gleich AE oder AL, so erfolgt/ daß IO, FL vnd FG einander gleich seyn/ welches zuerweisen war.

Die XXV. PROPOSITION.

Wann einer Hyperbolæ eine andre gleichförmige opponiret, vnd auß beyden Centris reflexionis linien in einen punct der peripheriæ gezogen werden/ so ist die differentz beyder Linien allezeit gleich dem eussern Diametro oder latere transverso.

Die Hyperbola sey EHD, deren Centrum reflexionis A, das Centrum der opponirten B, so nun an die Peripheriam ins E auß beyden Centris linien gezogen werden/ als AE vnnd BE, so ist die differentz dieser beyder/ oder wann AE von BE genommen wird/ das vberbleibende gleich dem eussern Diametro oder lateri transverso DC.

Es ist erwiesen (a) wann in einer Hyperbola vnterschiedene Semiordinaten, als hier IH, KE, vnd auß dem Centro reflexionis in deren puncten in der Peripheria linien gezogen werden/ als AH, AE, daß/ wann auß A der

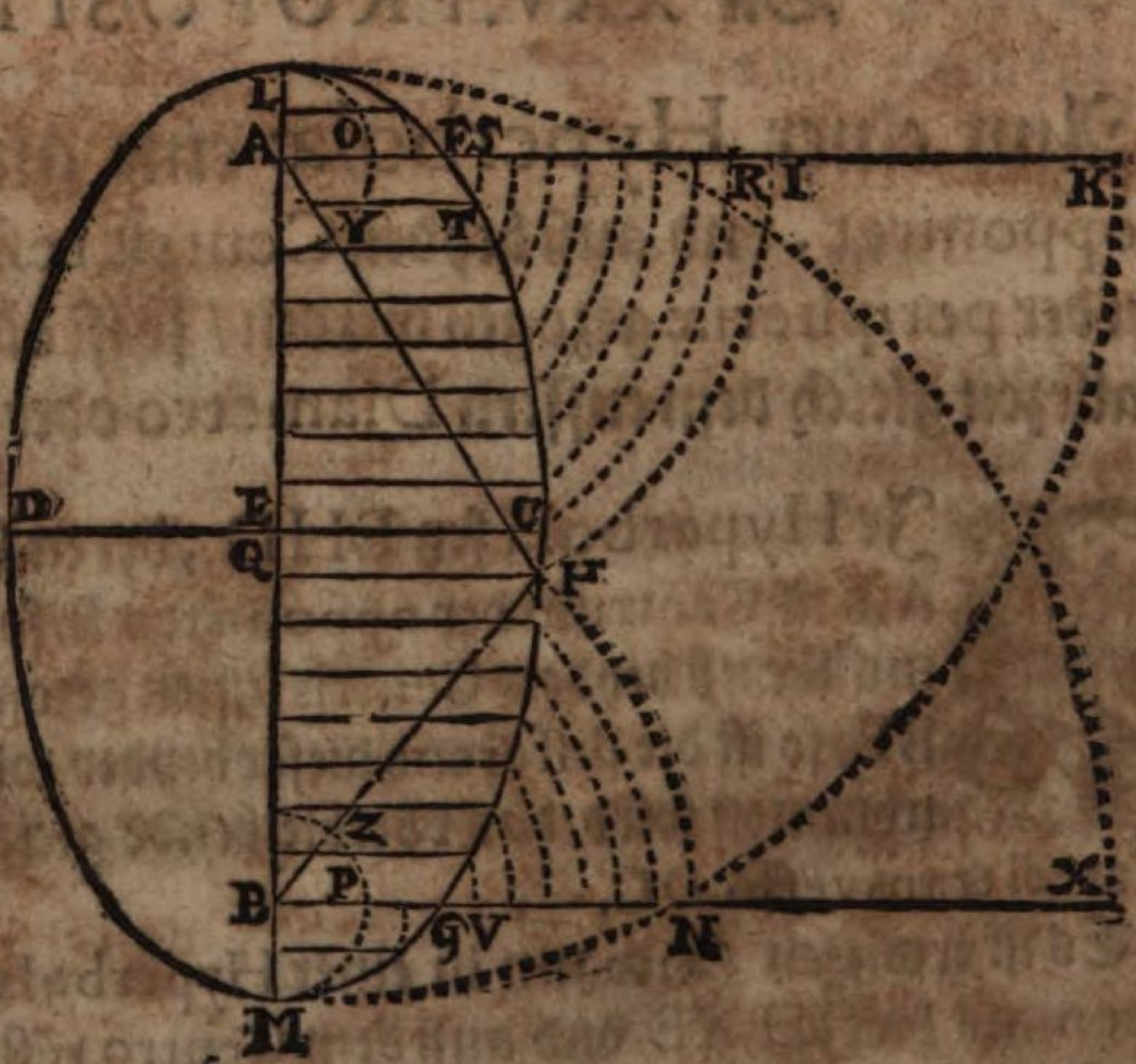
(a) 10. & 22. prop. hujus.

(b) Lemma 5. Circkelbogen D G gerissen / die differentz GE vnd HN eine proportion haben / wie DK zu DI. Ferrners auch (b) wann zweyen linien AD, DB, gleiche stücke / als hier N H vnnd HO zugesezt / darauß der Triangel AHB gemacht / vnd der perpendicul HI gefället / widerumb gleiche stücke GE, EF zugesezt / der Triangul AEB gemacht / vnd der perpendicul EK gefället / vnd auß B der bogen DF gezogen wird / daß sich gleichmässig halte / wie DK zu DI, also EG zu NH, oder EF zu HO. weil nun AD gleich BC, vnd BD gleich BO oder BF, so ist auch AG gleich BM; nun ist (c) 51. pr. 3. Con. Apoll. EG gleich EF, derowegen BM vnnd FE gleich AG sampt GE, vnd also MF gleich dem lateri transverso CD, welches zu beweisen war.

Die XXVI. PROPOSITION.

Wann in der Ellipsi auß beyden Centris zwo linien in einen punct der peripheriæ derselben gezogen werden / so sind solche beyde linien zusammen gleich dem lengern diametro der Ellipsis.

Die Ellipsis sey MHLD, deren länger Diameter ML, der kürzere CD, vnnd die zwey Centra A vnd B, wann nun auß denselben zwo linien in einen punct der peripheriæ als AH, BH gezogen werden / so sind beyde zusammen gleich dem lengern Diametro LM.



(a) 20. pr. hujus. Dann (a) wann auß einem Centro eine Lini

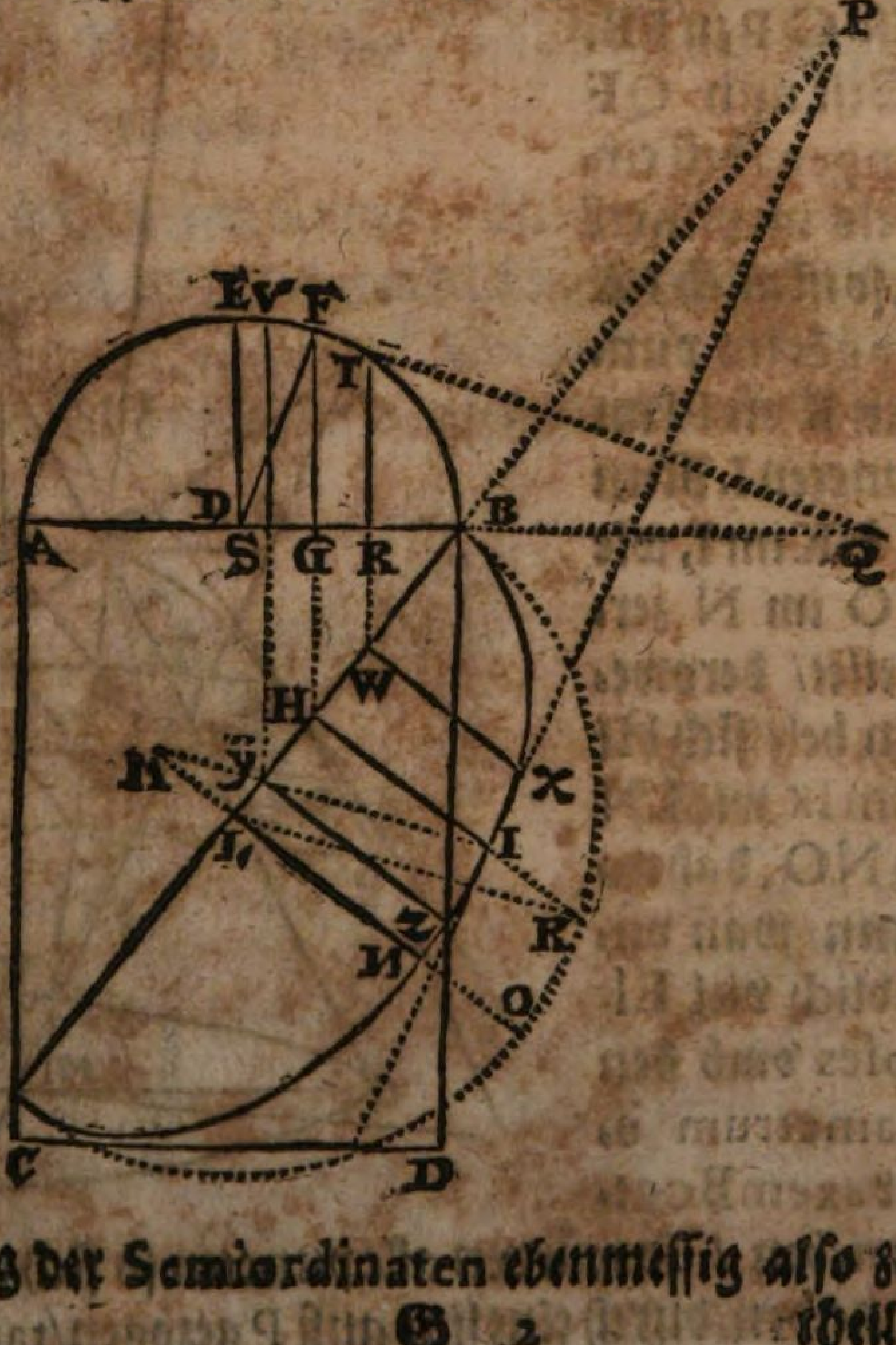
AK oder

AK oder BX gezogen wird / also daß AK gleich AM, vnd dann AM in etzliche theile zertheilet/vnd auß jedem puncten Semiordinaten gezogen werden / folgends auch FK in so viel theile zertheilet wird / wie AM zertheilet worden/so ist AS gleich AT, AR gleich AC, AI gleich AH, vnd AK gleich AM. Weil nun die Ellipsis gleichförmig/ so ist auch/wann die lini BX, so gleich also zertheilet wird wie AK zertheilet worden / BN gleich BH, vnd derowegen PN gleich IK, oder NX gleich IO. Dahero ist auch PX oder OK gleich der distantz AB, auch ist OI gleich YH, PN gleich ZH, vnd also OI vnd PN oder deren gleich YH vnd ZH zusammen gleichmeßig der AB gleich/nun ist AY gleich AL, vnnd BZ gleich BM, dahero ist auch AH vnnd BH gleich LM, welches zu beweisen war. (b) (b) 52. pr. 3. Con. Apoll.

Die XXVII. PROPOSITION.

Die puncten im erlengerten diametro, auß welchem im Circkel/Hyperbola vnd Ellipsi, tangenten an deren peripherien gezogen werden können / werden durch einerley proportion gefunden.

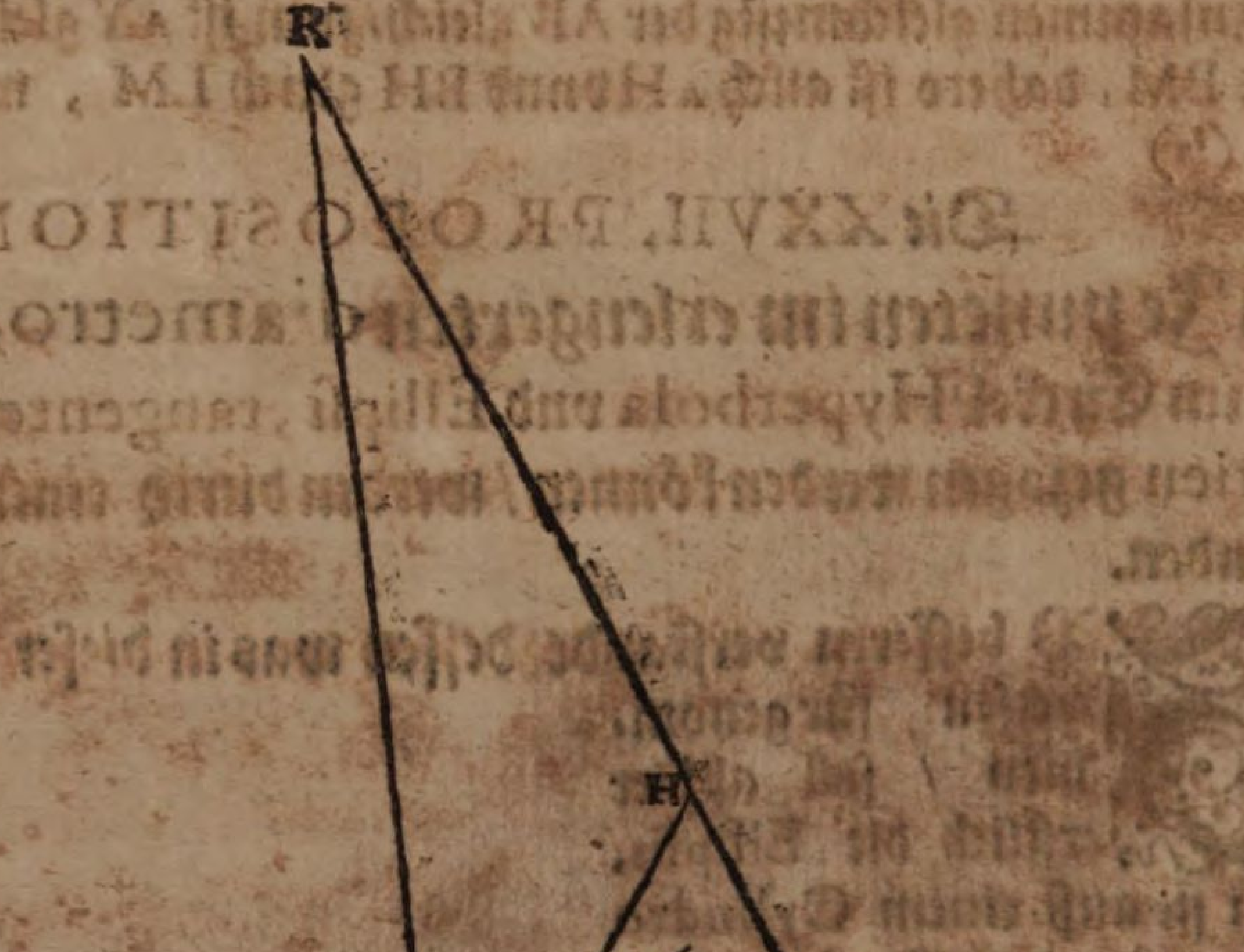
Zu besserm verstande dessen was in dieser proposition zu weisen fürgenommen / soll allhier erstlich die Ellipsis, wann sie auß einem Cylindro secirt, gegen den Circkel gesetzt/ vnd folgends im Cono, der Circkel gegen die Hyperbolen vnd Ellipsin zugleich gehalten werden. Es seye derowegen ein Cylinder ABCD, vnd in demselben die Section einer Ellipsis BC, dessen circularische weite der Circkel AEB, welches Diameter AB ist gleich dem kleinern Diametro der Ellipsis: Vnnd also DB gleich LN: In diesem Circkel werden nun etzliche Semiordinaten gezogen / als RT, GF, SV, vnnd BC der gröste Diameter der Ellipsis durch Elengerung der Semiordinaten ebenmessig also zertheilet/



theilet/ So ist WX gleich RT, HI gleich GF, vnd YZ gleich SV, vnd also auch der kleinere Semidiameter LN gleich DE. Nun ist FG media proportionalis zwischen AG vnnd GB (a) auch RT media proportionalis zwischen AR vnd RB. Dahero helt sich das rectangulum AGB zum Quadrat FG, wie das rectangulum ARB zum quadrat RT. Wiederumb ist (b) die Tangens QF media proportionalis zwischen AQ vnd QB.

(a) 13. pr. 6. Eucl.
(b) 36. pr. 3. Eucl.

Vnd weil der grössere Diameter der Ellipsis BC wie der Diameter circuli zertheilet/ so helt sich GB zu BH wie AG zu HC. Dahero ist das rectangulũ CHB zum quadrat HI, wie das rectangulũ CwB zum quadrat WX, vnnd wie CH zu HB, also CP zu PB. Weil nun QF tangens deß circkels im punctẽ F, so ist auch PK tangẽs im puncten K vñ PI im puncten I. Nun ist HK im I, wie LO im N zertheilet/ derowegen helt sich HI zum IK, wie LN zu NO, dahero dann/ wañ vnendlich viel Ellipses vmb den diametrum oder axem Bc geschrieben / so würden alle puncten so sich auff der lini HK in der peripheria schneiden/ durch eine lini auß P gezogen/ tangiren.



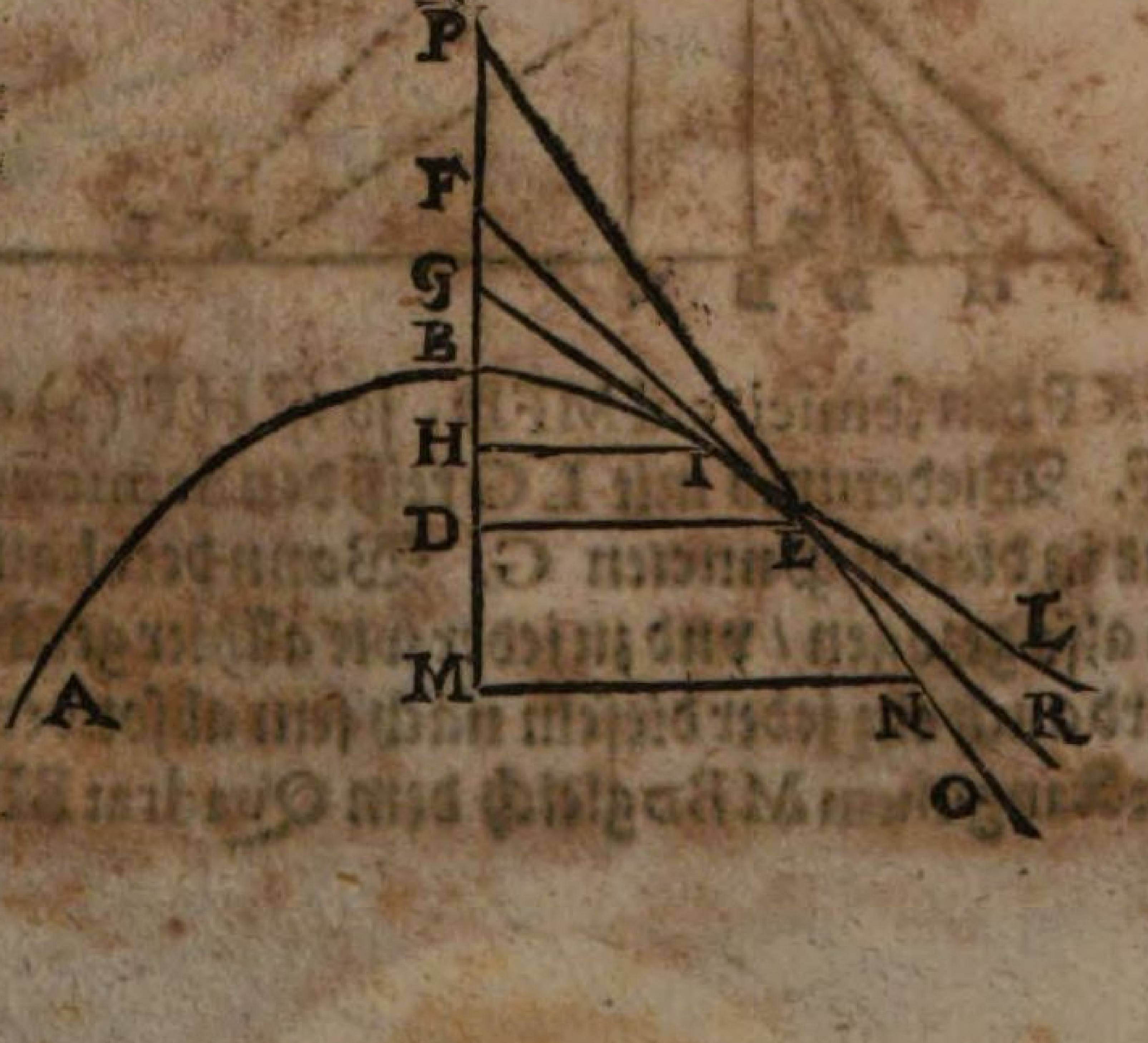
Ferr.

Ferners sey ein Conus AHC, darinnen AB die section der Ellipsis vnd Circkels/BM aber die section der Hyperbolæ, deren Axis BM, ist wie die axis deß Circkels vnd der Ellipsis proportionaliter zertheilet / derowegen hält sich GB zu BI, wie SB zu BK, weil nun die Hyperbole vnd Ellipsis von proportionirten Trianguln zusammen gesetzt/so hat das (d) rectangulū AGB zum rectangulo ASB ein proportion wie das quadrat GF zum quadrat SV, gleichmässig wie das rectangulum RIB zum rectangulo RKB, also das Quadrat IN zum Quadrat KO: Dahero helt sich auch AG zu GB, wie AQ zu QB, vnd wie RI zu IB, also RS zu SB. Seynd also die proportionen nach dem 3 vnd 4. lemmate verkehrt zusammen gesetzt: Darauß erfolgt / das QF im Circkel vnd der Ellipsi tangens sey im puncten F, vnd SN in der Hyperbola im puncten N, welches allhier zu beweisen war. (d) 2. pr. hujus.

Die XXVIII. PROPOSITION.

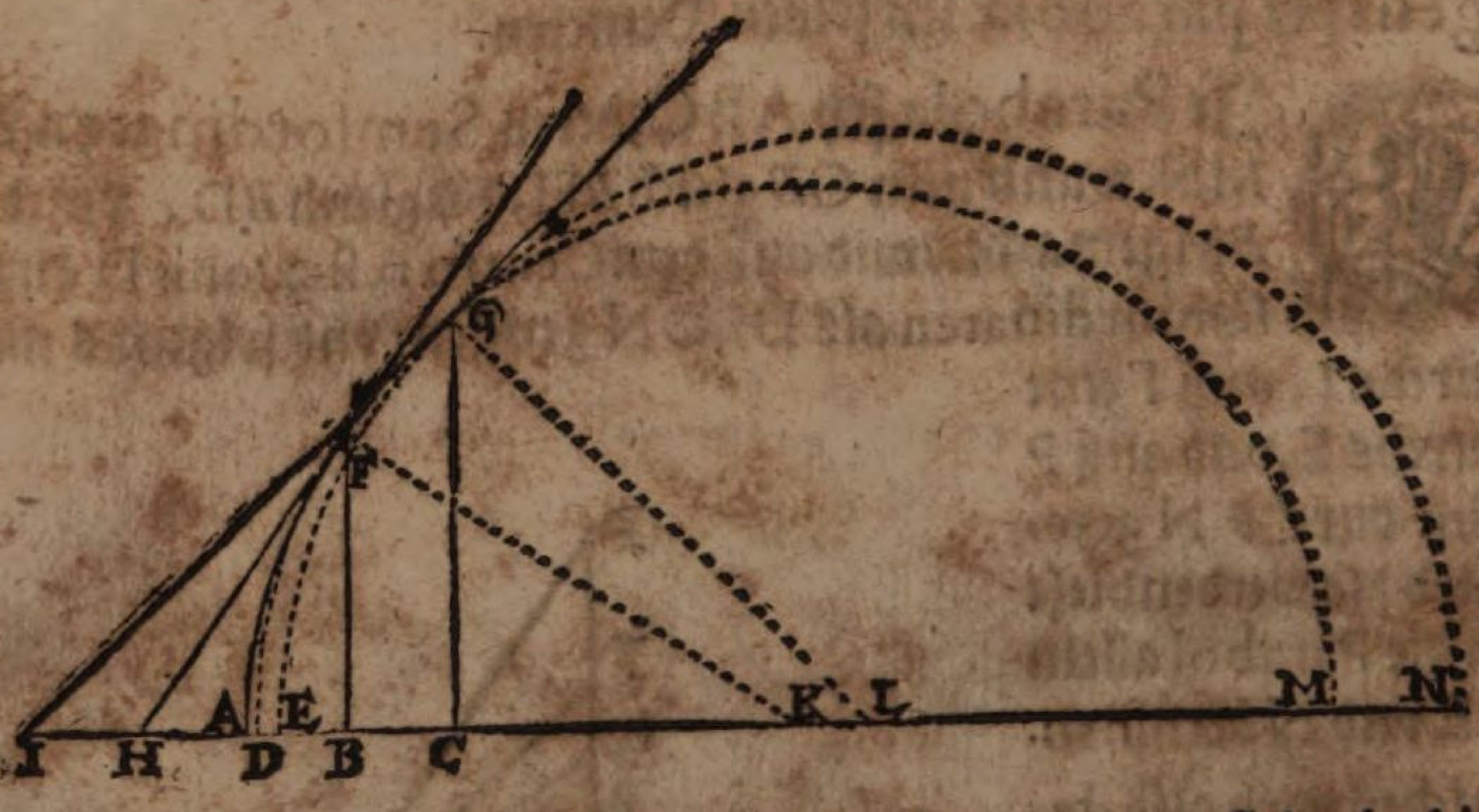
Wann in der Parabola der Diameter oder Axis erlängert/vnd auß einem Punct in der Peripheria ein semiordinata auff die axin gefellet/vnd deren distantz vom vertice, auff der erlängerten axe, vom vertice hinauß gesetzt wird / So ist die lini so auß diesem in den genommenen Punct in der Peripheria gezogen/ tangens der parabolæ im selben Puncten.

Die Parabola sey ABC, deren Semiordinaten HI, DE, MN, wann nun GB gleich BH, FB gleich BD, vnnd PB gleich BM gemachet/vnd auß dem Centro reflexionis D Linien an die semiordinaten als DI, DN gerissen/ vnd folgends auß G eine lini durchs I, auß F eine lini durchs E, vnd auß P eine lini durchs N gezogen wird / so werden diese linien die Parabol allein im I, E vnd N berühren.



Solches wird also demonstrirt: Es ist (a) erwiesen/daß in einer jeden parabola, die semiordinata, so auß dem centro reflexiōis an die peripheriam mit der axe zu (a) 8. pr. hujus.

rechten winckeln gezogen wirdt / jederzeit noch einmal so lang ist / wie die distantz deß centri reflexionis vom vertice, als ED ist noch einmal so lang als DB: Derowegen so DB erlengert / vnd derselben BF gleich gemacht / vnd die lini FK durch den puncten E gezogen wird / so berühret FK die parabol im E alleine: Dann die linien ED vnd DF sein einander gleich / welches dann ebenmessig mit den andern Puncten I vnd N, vnd mit den linien ID, DG, PD, DN beschaffen: Weil nun keine gleichförmige Triangel anfangs in suchung der semiordinaten verbleiben / dieweil sich helt BH zum Quadrat HI, wie BD zum Quadrat DE, vnnd nicht wie BH zu HI, also BD zu DE, so erfolget daß die Puncten I, E vnnd N zwar je lenger je weiter von der axe abweichen / aber doch allgemächlich wider zusammen gehen / vnd also lautere Triangul mit zwey gleichen winckeln machen: Als der winckel DIG, ist gleich IGD, DEF ist gleich EFD, vnnd DNP ist gleich NPD: Dahero dann nothwendig erfolget / daß die linien GL, FK, PO, die Parabol allein in I, E vnnd N berühren. Also vnd ein ebenmessiges kan auch also erwiesen werden: Es seye abermals die proportion der Parabolæ, wie AB zum Quadrat BF, also AC zum Quadrat CG: Man ziehe die tangenten HF, IG, vnd auff HF die winckelrechte FK, wie auch auff IG die winckelrechte GL, wo dieselben die erlengerten AC zerschneiden / als in K vnd L solches geben zwey centra; reiß dero-



(a) 36. pro posit. 3. Euclid.

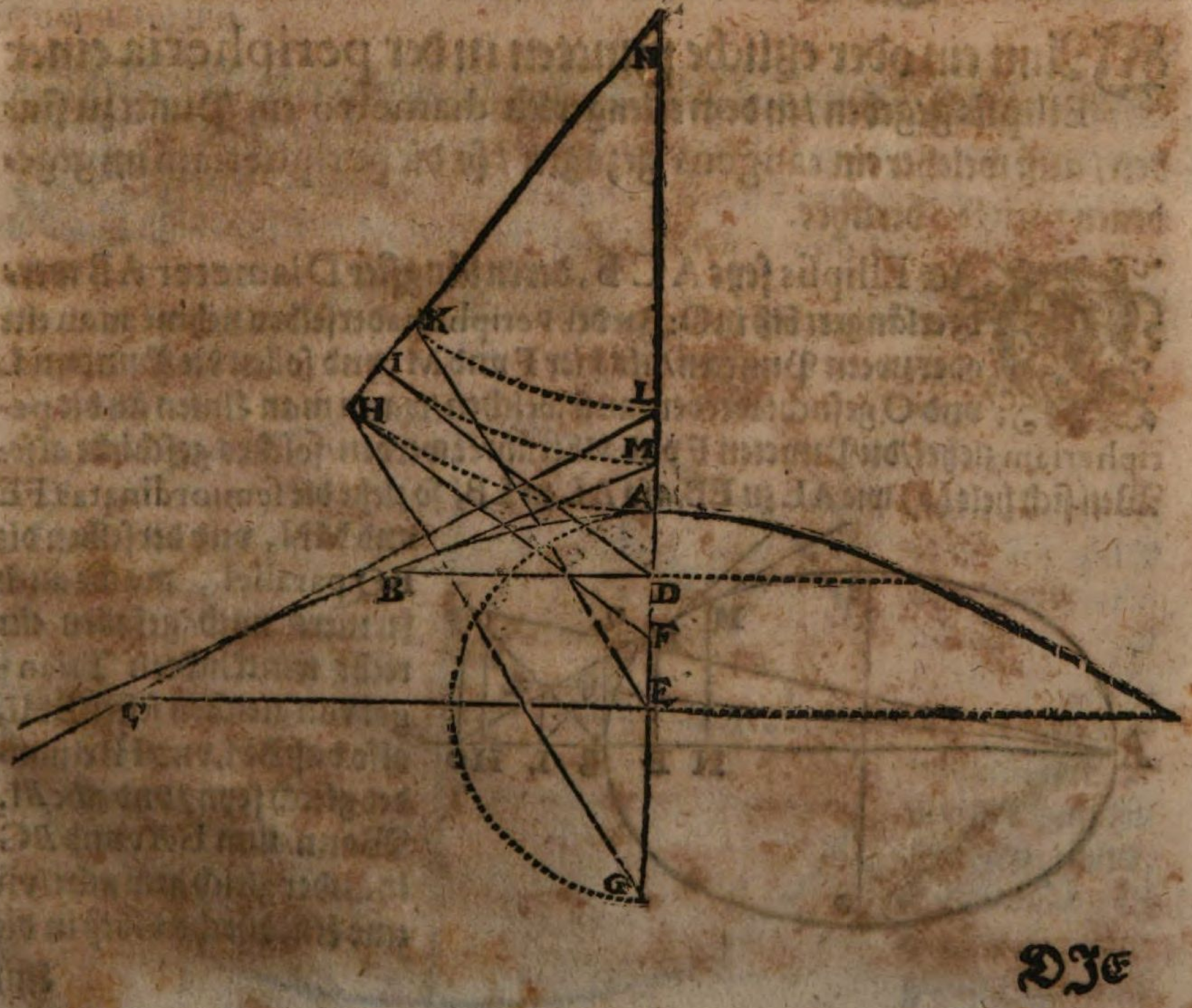
wegen mit KF den semicircul MFD, so ist HF (a) tangens alleine in diesem Puncten F. Wiederumb mit LG reiß den Semicirckel NGE, so ist IG tangens alleine in diesem Puncten G. Wann derohalben vnendlich viel semiordinaten also gezogen / vnd zu jeder wie allhier geschehen ein Circkel gesucht wird / so wird auch ein jeder diesem nach sein absondere tangenten haben: weil nun das rectangulum MBD gleich dem Quadrat BF, vnd das rectangulum

MHD

MHD gleich dem Quadrat HF, Item das rectangulum NCE gleich dem Quadrat CG, vnd das rectangulum NIE, gleich dem Quadrat IG, gleichmessig auch wie AB zum Quadrat BF, vnd AC zum Quadrat CG, so erfolgt/daß die Puncten H vnd I, so in gleicher distantz vom vertice A, wie B vnd C, die rechten Puncten seyn/ auß welchen die tangenten durch F vnd G gezogen werden können/ welches das jenige so zu beweisen von nöthen gewesen.

Die XXIX. PROPOSITION.

Wann ein Punct in der peripheria der Hyperbolæ gegeben/einen Puncten im eussern diamotro zu suchen/ auß welchem eine tangens gezogen/ so die Hyperbole im gegebenen puncto berühret.

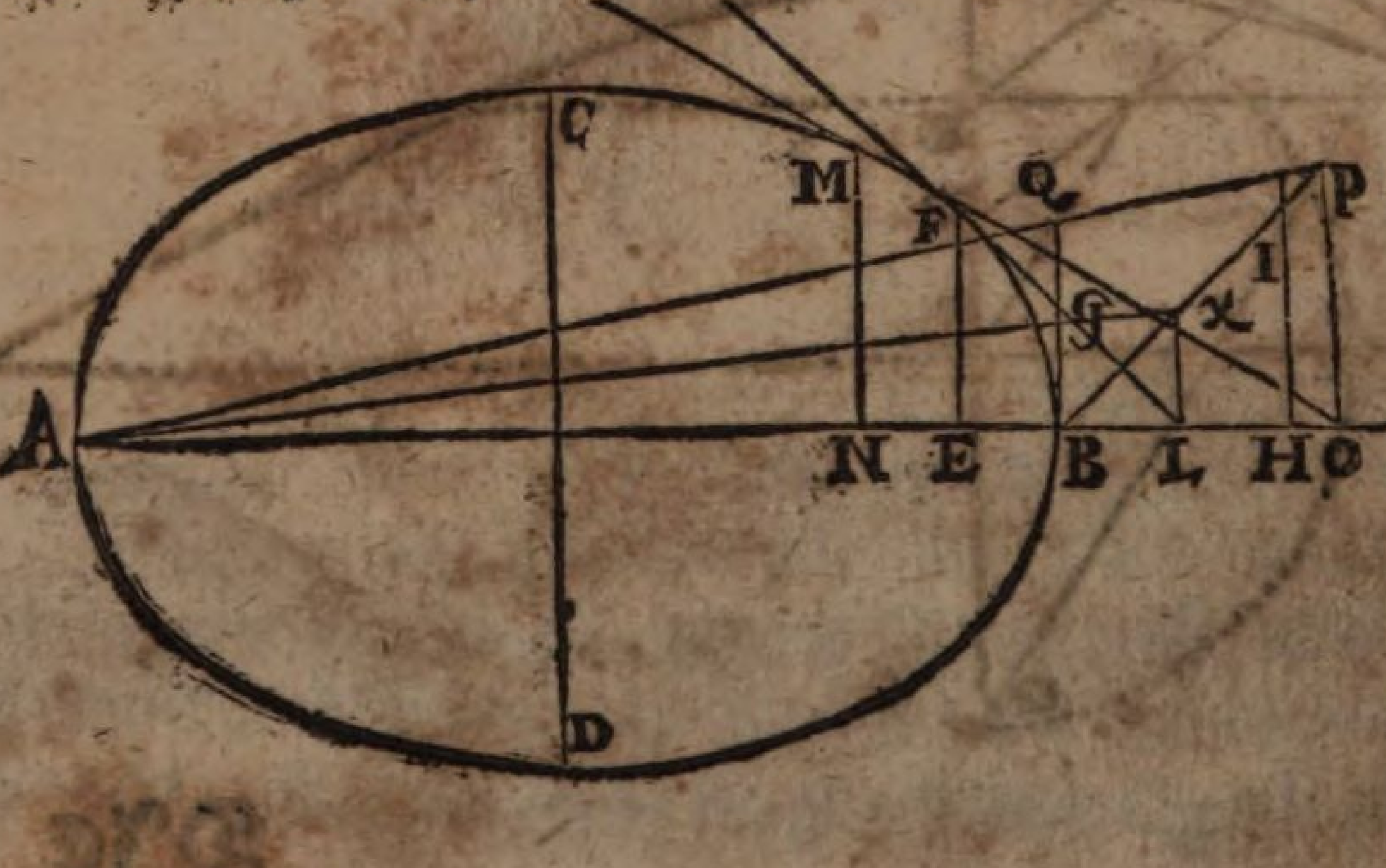


DIe Hyperbole sey ABC, deren eussere Diameter AN, in deren peripheria seyn zween Puncten B vnd C gegeben/vnd sollen die Puncten L vnd M gesucht werden/auß welchen linien gezogē/so die peripheriā im B vnd C berůhrē/Solches geschicht also: Ziehe auß den gegebenen Puncten die semiordinatas B
(a) 27. pr. hujus. D vnd CE, so ist die proportz (a) wie ND vnd DA, also NM zu MA, vnd wie NE zu EA, also NL zu LA, mache derowegen NH gleich NA, vnd DF gleich DA, also auch EG gleich EA, ziehe ferrners auß F eine lini ins H, vnd auß D eine derselbē parallel, ist DI, so ist alsdann NH in I also zertheilet/wie NF in D, vnd helt sich wie ND zu DA, also NI zu IH, oder dem gleich NM zu MA. Derowegen so auß M die lini MB gezogen wird/ so ist solche tangens im Puncten B. Ziehe auch GH zusammen/vnd EK derselben parallel/so ist NH im K, oder dem gleich NA im L, wie NG im E zertheilet / ist also LC tangens im puncten C, wie begehret worden.

Die XXX. PROPOSITION.

WAnn ein oder etzliche puncten in der peripheria einer Ellipsis gegeben / in dem erlengerten diametro ein Punct zu finden / auß welcher ein tangens gezogen / so die peripheriam im gegebenen puncto berůhre.

DIe Ellipsis seye ACB, deren långster Diameter AB werde erlångert biß in O: In der Peripheria derselben nehme man ein oder zween Puncten/als hier F vnd M, vnd sollen die Puncten L vnd O gesucht werden/auß welchen/wann man Linien an die peripheriam ziehet/die Puncten F vnd M berůhret werden/solches geschicht also:
(a) 27. pr. hujus. Weil sich helt (a) wie AE zu EB, also AL zu LB, so ziehe die semiordinatas FE vnd MN, vnd derselben die BQ parallel, mache auch ferrners nach gefallen ein recht winckelichten Triangel von gleichen seiten BHI, also daß BH, vnd HI einander gleich seyn / vnd zihe BI. Wann nun EB vnnd BG einander gleich gemacht/vñ eine Lini durch G biß in die



Lini

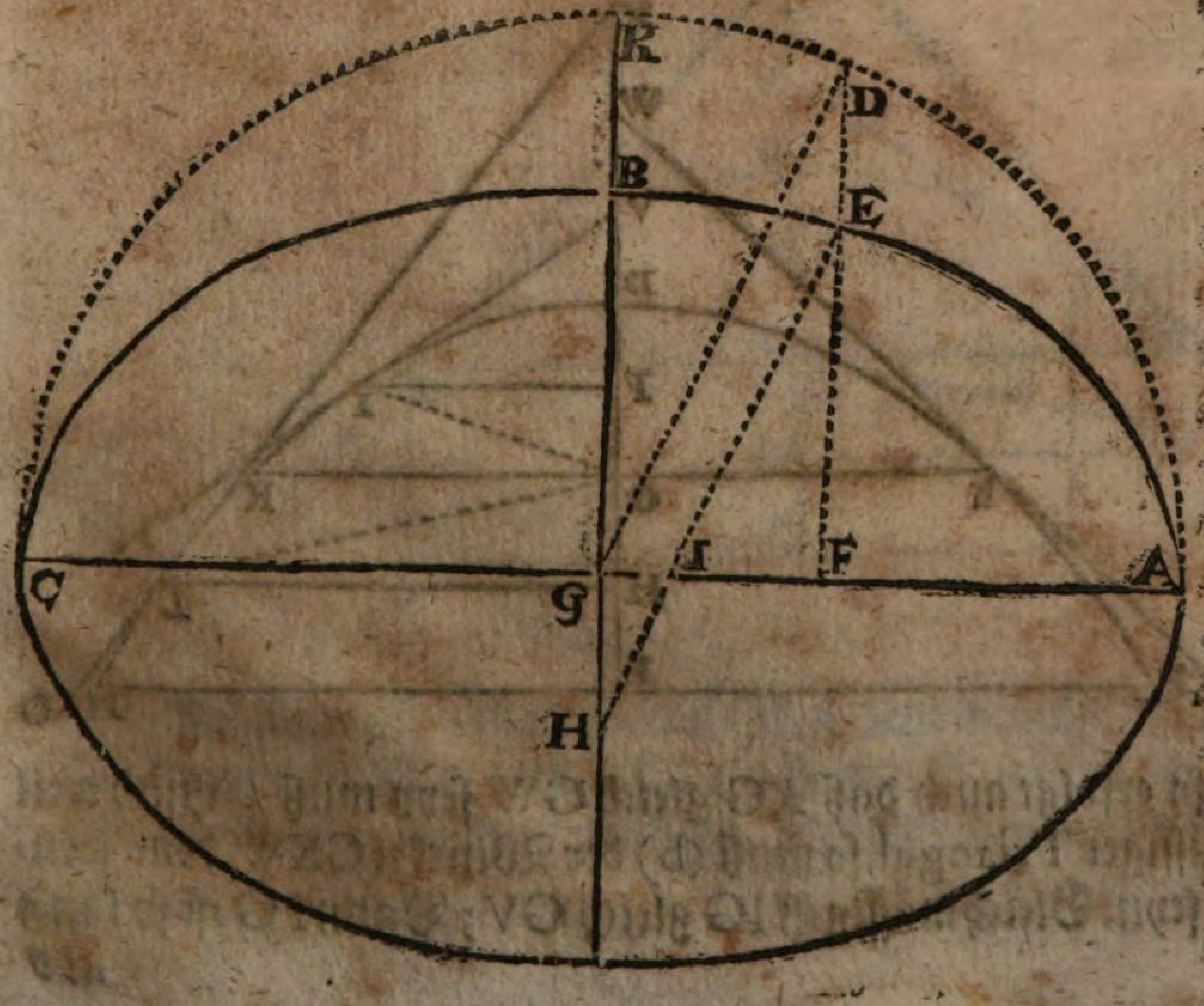
Lini BI als AX gezogen/vnd der perpendicul XL gefället/so ist L ein Puncte/ wann auß demselben ein tangens gezogen wird/ solche berühret die peripheriam im F. Gleichmässig wann NB vnd BQ einander gleich gemacht/ vnnd auß A eine Lini durchs Q biß in den Puncten P gezogen/vnd der perpendicul PO gefället wird/so ist O der Punct/ auß welchem eine Lini gezogen/so den Puncten M in der circumferentz allein berühret. Vnd ist dieses das jenige so allhier zu demonstriren war.

Die XXXI. PROPOSITION.

Wann in einer Ellipsi beyde Diametri gerissen/vnd folgends eine Lini auß einem Punct in der peripheria durch den längsten Diametrum biß an den kürtzern also gezogen wird/ daß die weite auß diesem Punct/biß in die zerschneidung im kleinern diametro, gleich ist dem grössern Semidiametro, so ist alsdann das Stück/ so vom grössern diametro abgeschnitten wird/ gleich dem kleinern semidiametro.

ES ist erwiesen (a) daß die Ellipsis vnd Circkel ein zusammenhaltende proportion haben/ ziehe derowegen vmb den grössern Diametrum der Ellipsis AC, ein Semicircul AKC, vnnd in demselben die Lini DF nachgefallen/ dem kleinern Diametro GB parallel, folgends auch auß D eine Lini ins G vnd auß E derselben eine parallel, als EH, so ist EI gleich dem kleinern semidiametro, BG, vñ EH gleich dem grössern semidiametro AG: welches also erwiesen wird. Es sein GA, GK, GD einander gleich/ vnd weil EH

(a) 27. pr. hujus.

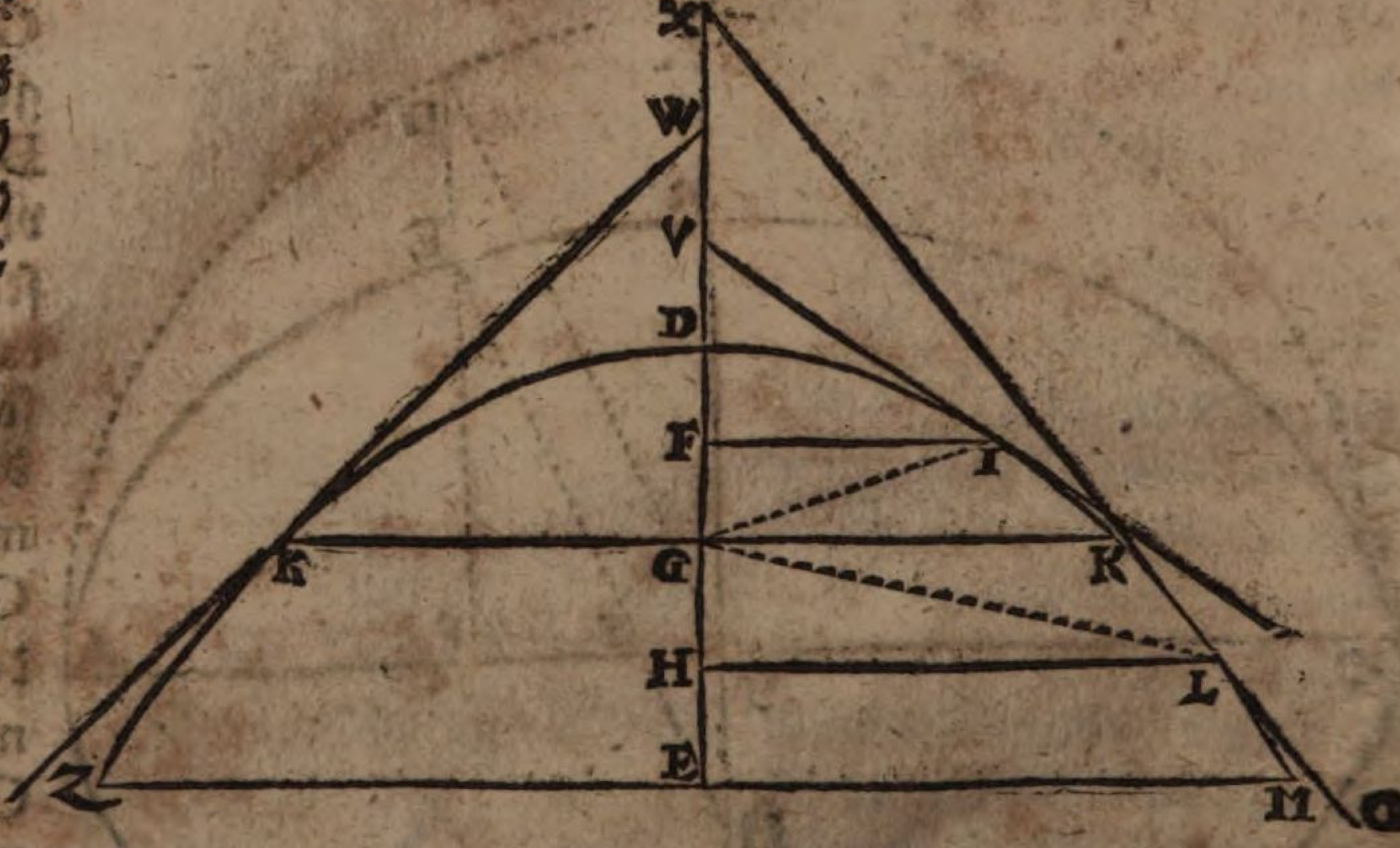


EH der *DG* parallel, vnd zwischen den parallelen *D*E, GH begriffen / so er-
(b) 35. pr. 3. Euclid. folget daß sie auch einander gleich seyn / vnd dahero ist auch *D*E gleich GH. Weil nun (b) das rectangulum AFC gleich dem Quadrat F*D*, vnd das re-
(c) 2. pr. hujus. ctangulum AGC gleich dem Quadrat GK, Wiederumb hat (c) das rectangulum AFC zum rectangulo AGC ein proportion, wie das Quadrat FE zum Quadrat GB: Dahero helt sich FE zu GB, wie E*D* zu BK, vnd folgends F*D* zum grössern *D*iametro *D*G oder KG, Also die verkürtzte FE zum kleinern diametro EI, oder BG, vnnd ist also HI gleich KB: welches also das jenige / so allhier zu beweisen war.

Die XXXII. PROPOSITION.

IN einer jeden Parabola machen alle Linien / so auß dem Centro an die Peripheriam derselben gezogen werden / mit den tangenten, so an die erlängerte axin geführt / gleiche Linien vnnd winckel.

DJe Parabola sey M*D*Z deren Centrum G, so nun die Linien GI, G*K*, GL gezogen / vnd wiederumb auß den puncten IKL die tangenten IV, KW, LX gerissen werden: So die erlängerte axem DX im VW vnd X zerschneiden / die parabolam aber im IK vnd L berühre: So sage ich dz IG gleich sey GV, GK gleich GW, vnd LG gleich GX.



(a) 27. pr. hujus. Dañ (a) F*D* ist gleich *D*V, G*D* gleich *D*W, vnnd H*D* gleich *D*X weil dann KG noch einmal so lang als G*D*, vnnd G*D* gleich *D*W, so erfolgt auch daß *K*G gleich GW seyn muß / vnnd weil
(b) 5. pr. 1. Eucl. KGW ein gleichfüssiger Triangul, so muß (b) der Winckel GKW dem winckel GWK gleich seyn. Gleichmässig ist IG gleich GV; Dann IG ist so lang

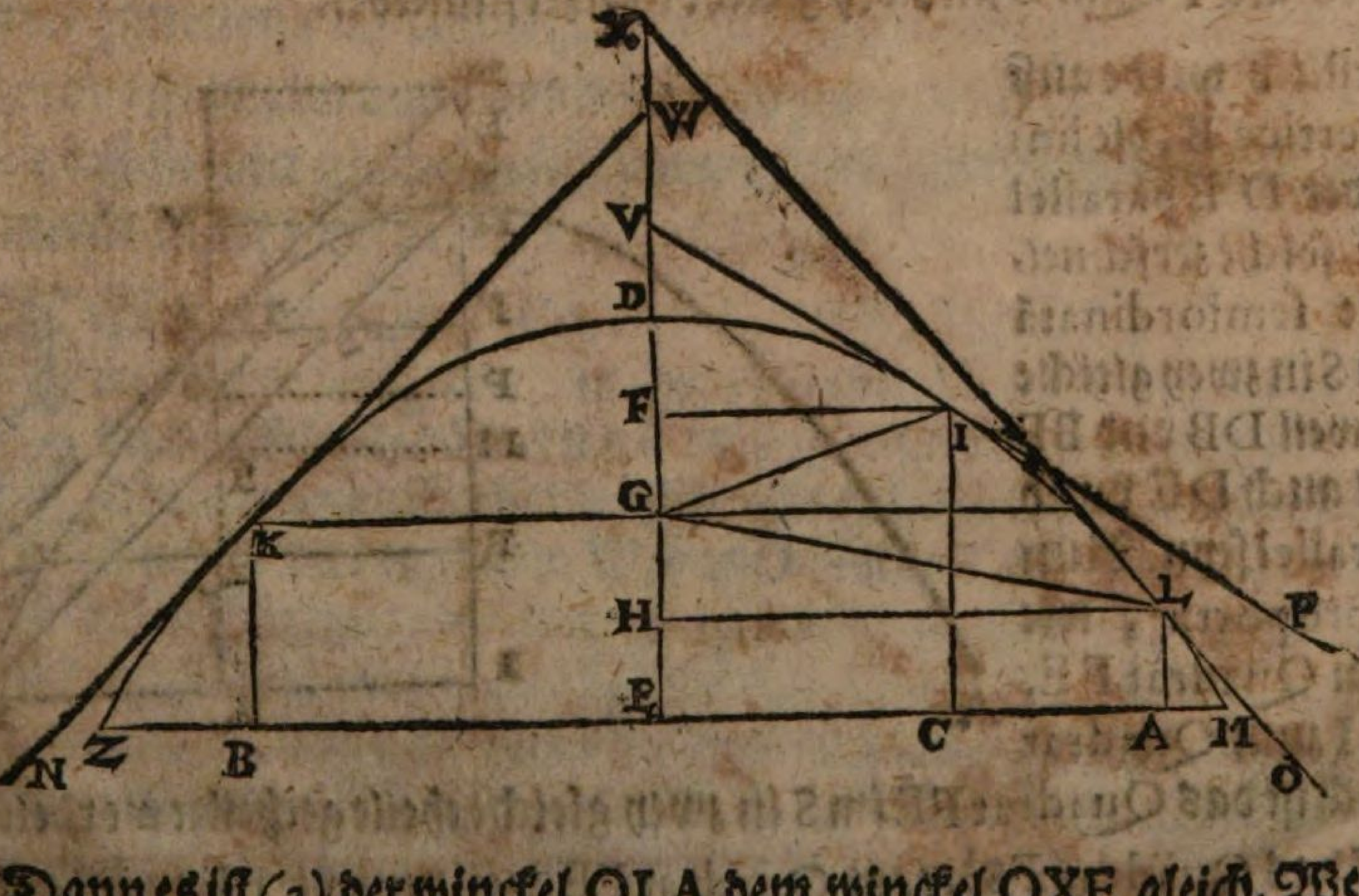
als

als DG sampt VD (c) dahero ist der winckel IVG dem winckel GIV gleich/ (c) 22. pr. hujus.
auch ist LG gleich GX; dann weil GD gleich DW, vnd HD gleich DX, auch LG so lang als GK vnd GH, oder WX zusammen/ so erfolget das GL gleich GX, vnd der winckel GLX dem winckel GXL gleich sey/ wie zu beweisen war.

Die XXXIII. PROPOSITION.

ALle Linien so dem Diametro oder axi parallel in eine Parabol biß an die peripheriam, vnd von solchen berührenden Puncten widerumb biß in das Centrum zurück gezogen werden/ machen mit den tangenten in diesen Puncten gleiche winckel.

DJe parabola sey MIDKZ vnd falle die Lini AL dem Diametro oder axi ED parallel in die hole der Parabolæ, auch seye gezogen die tangens OX so die Parabol im L berühret: Dann werde eine Lini ins centrum auß L als LG gezogen: So sage ich daß der winckel OLA dem winckel XLG gleich sey.



Dann es ist (a) der winckel OLA dem winckel OXE gleich. Weil nun (b) der winckel XLG dem LXG gleich ist/ so erfolgt auch daß der angulus OLA dem Angulo XLG gleich sey. Also vnd ebenmässig ist der winckel BKN (a) 2. pr. 6. Euclid. (b) 32. pr. hujus.

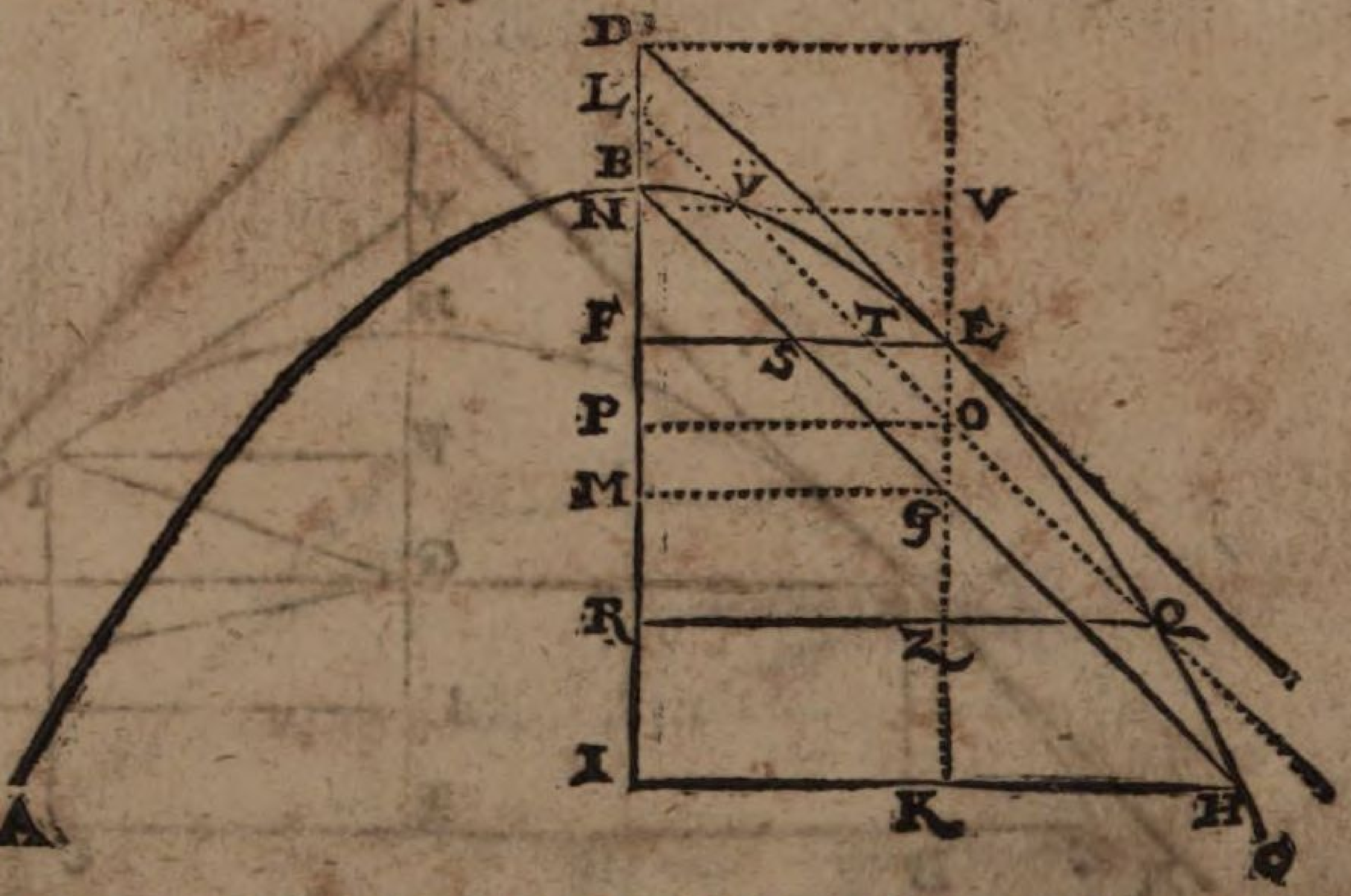
 dem

dem WKG gleich / weil GWK vnd WKG gleich seyn / vnd CIP ist dem VIG gleich/weil IVG vnd VIG gleich seyn: welches zu beweisen war.

Die XXXIV. PROPOSITION.

WAnn in einer Parabola ein semiordinata, vnnd auß einem punct in der peripheria eine tangens an die erlängerte axem, wie auch auß solchem Punct ein perpendicular lini nach der Basi der axi parallel gerissen / vnd darnach auß dem vertice oder darüber/eine lini der tangenti parallel, durch die parabolam gethan wird/so wird die perpendicular lini, das theil dieser lini, was in der parabola begriffen/in zwey gleiche theile zerschneiden.

DIe parabola sey ABEC die semiordinata EF, tangens DE, die perpendicular lini der Axi parallel EK, vnd die lini auß dem vertice der tangenti parallel BH, die aber vber demselben LQ, so sage ich das EK die Lini BH im G, also auch von LQ das theil so zwischen oder in der parabola abgeschnitten wird/als YQ im O, in zwey gleiche theil zerschneidet.



Erstlich werde auß dem vertice B, die lini BH der DE parallel gezogē/solche zerschneidet die semiordinatā EF im S in zwey gleiche theile/weil DB vnd BF gleich/ auch DE vnnd BS parallel seyn. Nun ist die proportz., wie BF zum Quadrat FE, also BI zum Quadrat IH, auch ist das Quadrat FE im S in zwey gleiche theile getheilet worden / dahero ist das Quadrat FS $\frac{1}{4}$. vom Quadrat FE, weil nun wie BF zu FS, also BI zu IH, so ist auch das Quadrat FS $\frac{1}{16}$. vom Quadrat IH, Nun sind FS vnnd SE, Item EG der DB vermöge der parallelen, also auch die winckel BSF vnd ESG einander gleich/ dahero auch BS vnd SG einander gleich seyn müssen.

Ferners

Ferners ist der Triangel BIH dem BES, SEG vnd GKH gleichförmig/ darauß erfolgt/ daß der Triangel GHK dem Triangel BMG, oder DFE auch die Lini BG der GH gleich / vnd also BH von EK im G in zwey gleiche theile zerschnitten worden.

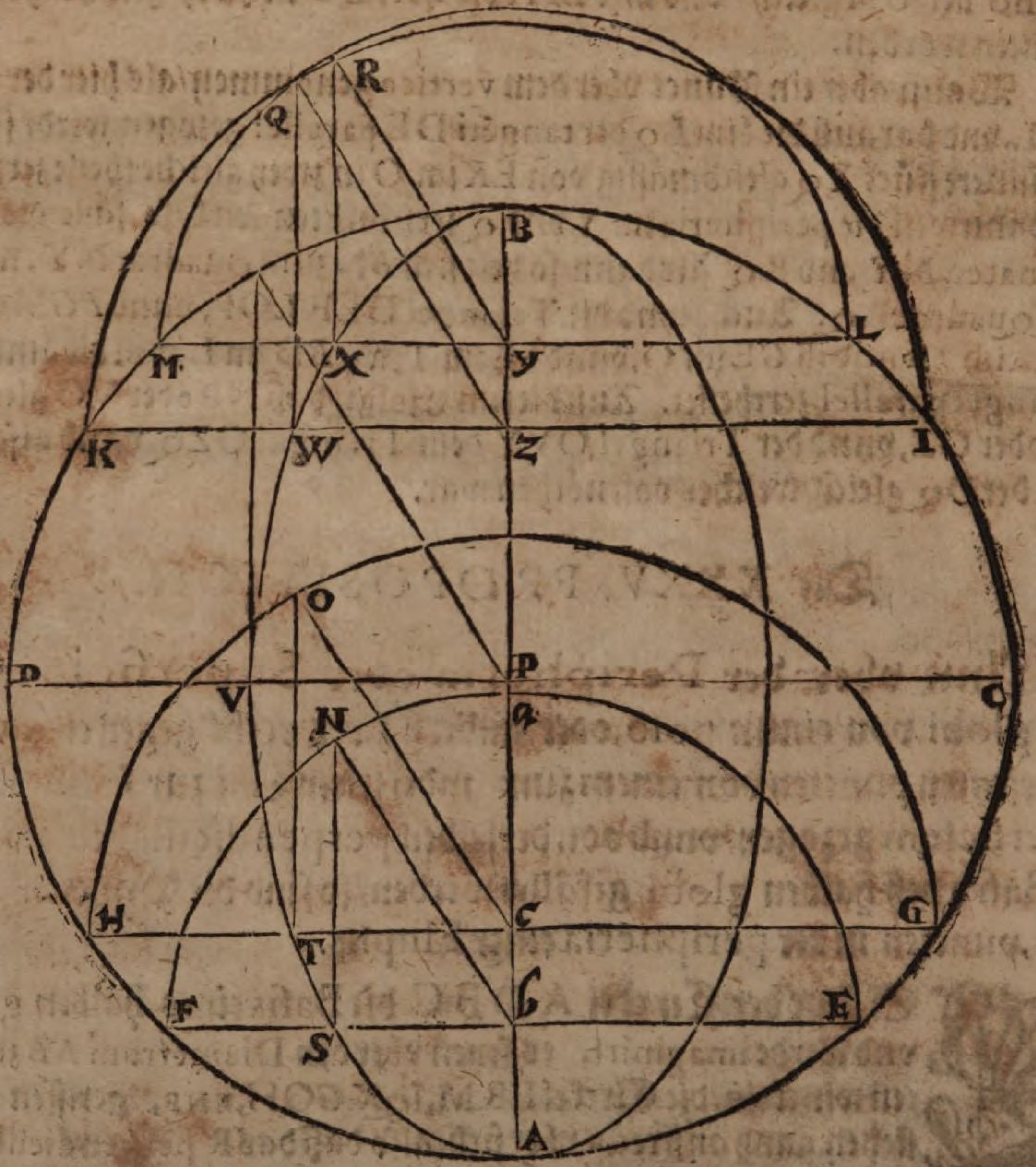
Wann aber ein Punct vber dem vertice genommen/ als hier der Puncten L, vnd darauß die Lini LQ der tangēti DE parallel gezogen wird/ so wird das jnnere stück YQ gleichmässig von EK im O in zwey gleiche theile zerschnitten/ dann weil die peripheria im Y vnd Q zerschnitten wird/ so fälle die semiordinaten NY vnd RQ. Alsdann so helt sich BN zum quadrat NY, wie BR zum quadrat RQ. Auch seynd die Triangel DEF, LOP, vnnd BGM einander gleich / vnnd ist GE im O, vnnd SE im T, wie BD im L, weil die Linien der Triangel parallel, zertheilet. Auß diesem erfolgt/ daß NP oder VO gleich sey PR oder OZ, vnnd der Triangel OVY dem Triangul OZQ, vnnd also auch YO der OQ gleich/ welches von nöthen war.

Die XXXV. PROPOSITION.

Wann vber der Peripheria oder Superficie eines globi von einem polo, oder andern zwey recht gegen einander vbergesetzten puncten von einem zum andern/ ein Lini zur seiten vber die superficiem gezogen/ vnnd von derselben perpendicularlinien auff die Basin deß halben globi gefället werden/ so sind die Puncten in der Basi, puncten in der peripheria einer Ellipsis.

Es seye der Circkel ADBC die Basis eines halben globi, vnd werde imaginirt, es seyen vber den Diametrum AB zu rechten winckeln/ die Circkel LRM, IQK, GOH, ENF, gerissen/ vnd stehen gantz auffrecht vber sich/ also daß das R perpendiculariter vberm X, das Q vberm W, das O vberm T, vnnd das N vberm S zustehen komme: So seyen alsdann BRQONA; die gerissene vnd gegebene Lini / so auff der eusseren superficie deß globi von A nach B, in der höhe dieser Bogen gezogen. Wann nun von allen Puncten dieser Lini/ perpendicularen gefället werden/ als RX, QW, OT, NS, so seynd die Puncten BXWVTS in der peripheria einer Ellipsis, deren längster Diameter gleich dem diametro deß globi, der kürtzere semidiameter aber der Linien PV. Dann die winckel YRX, ZQW, COT, &c. seyn einander gleich/ weil die Linien YR, ZQ parallel

seyn/dahero RY zu YX, wie QZ zu Zw, vnd so forthan. Weil nun RY gleich YM, QZ gleich ZK, so hält sich MY zu MX, wie KZ zu Kw, &c. Vnnd weil



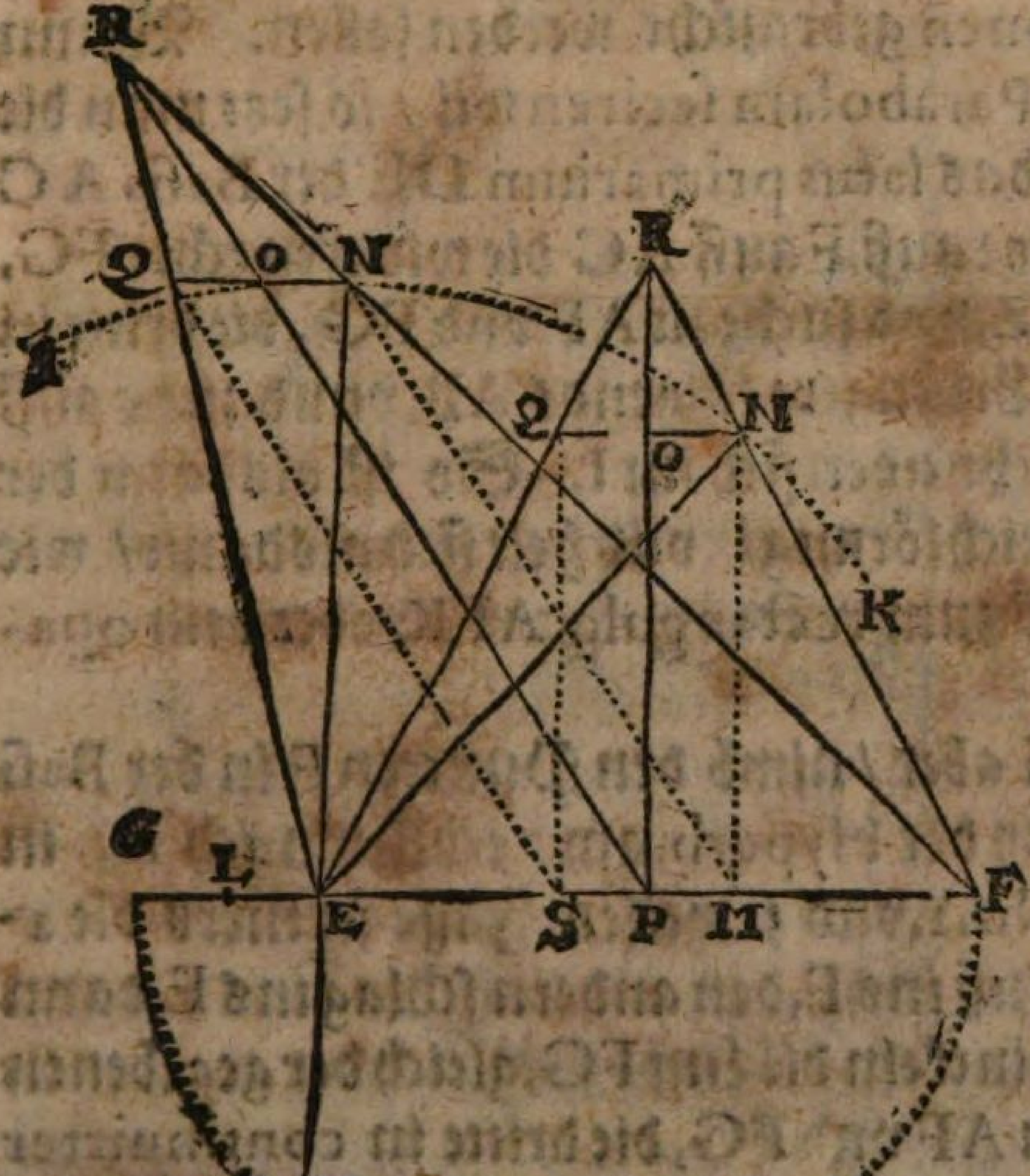
das rectangulum AYB gleich dem quadrat YM, vnnd das rectangulum AZB, gleich dem quadrat ZK; So hält sich auch das rectangulum AYB, zum quadrat YX, wie das rectangulum AZB, zum quadrat ZW, vnnd also auch mit dem vbrigen: dahero seyn die puncten XwVTS, in der peripheria einer Ellipsis, wie zu beweisen war.

Die

Die XXXVI. PROPOSITION.

Wann die zween Diametri einer Ellipsis gegeben/ einen Conum, er seye rectus, rectangulus oder Scalenus, zu finden/ auß welchem solche Ellipsis kan secirt werden.

Der gegebene grössere Diameter seye gleich EN, vnnd der kleinere gleich EH: man ziehe ein gerade Lini GF, auff dieselbe setze nach gefallen/ als hier ins E den kleinern Diametrum EH, zu rechten winckeln: Darnach nimb nach gefallen ein Semidiametrum an/ sey allhier GS, vnnd reiß auß S den halben Circkel GHF, so ist erwiesen (a) wann in einem Cono ein section der Ellipsis gethan/ (a) 7. prop. hujus.
daß der kleinere Diameter media proportionalis sey zwischen dem latere



primario vnnd der Basis oder vnterzogenen Lini im Cono, da sich die section endet. Nimb derowegen den grössern Diametrum EN mit einem Circkel/ vnd reiß darinn auß E den Circkelbogen NK vngefehr oder nach gefallen: Ferrners auß der mitte EF, als auß P, reiß ein auffrechte Lini PR, also wanns ein Conus rectus seyn soll/ muß sie perpendicular; soll es aber ein scalenus seyn/ etwas zur seiten oder nach belieben gerissen werden. Ferrners halbire EG im L, vnd setze EL oder LG auß P ins M vnd S, vnd reiß auß M, der PR eine parellel lini, solche wird dē vorhingezogenen Bogen NK im N zerschneiden. Ziehe nun auß N ein Lini NQ der Basi EF parallel, vnd mache NO gleich OQ, so ist alsdann NQ das latus primarium, vnd gleich GE, wann derowegen auß F ein Lini durchs N, vnd auß E ein Lini durchs Q fortgezogen werden/ solche zerschneiden sich im R, so ist alsdann ERF ein Conus nach erfordern: darauß zusehen/ daß so oft der semidiameter GS grösser oder kleiner genommen wird/ so offt werden sich

auch

auch vnterschiedene andere Coni, darauß diese Ellipsis seciret werden kan / befinden.

Die XXXVII. PROPOSITION.

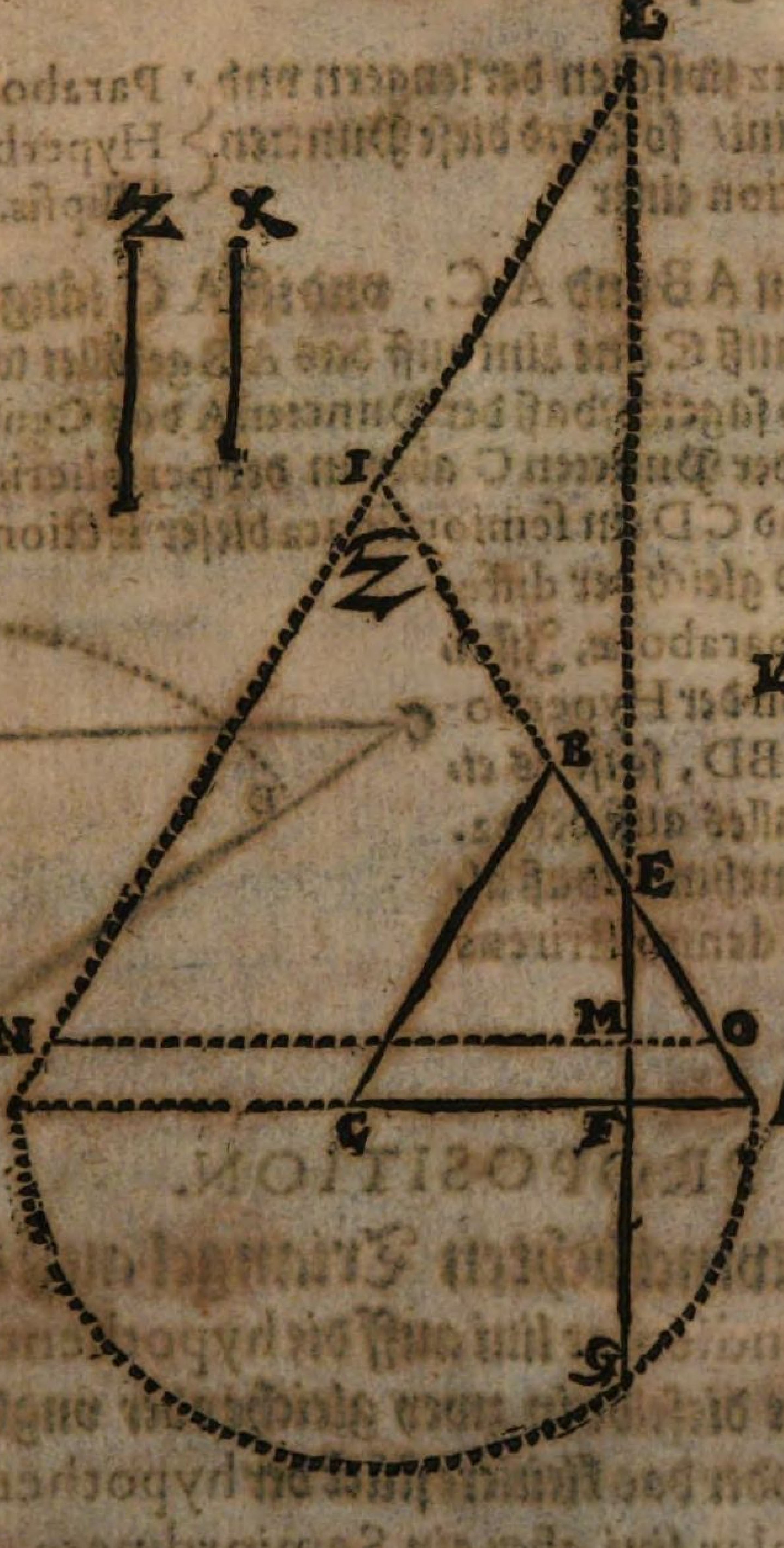
AVß einem gegebenen oder demselben gleichförmigen Cono, er seye wie er wolle / eine Parabolam, Hyperbolam, oder Ellipsin, deren axis oder distantz vom Vertice, sampt einer Semiordinata, so auß gegebenem punct der distantz vom vertice gezogen worden / bekand / zu seciren.

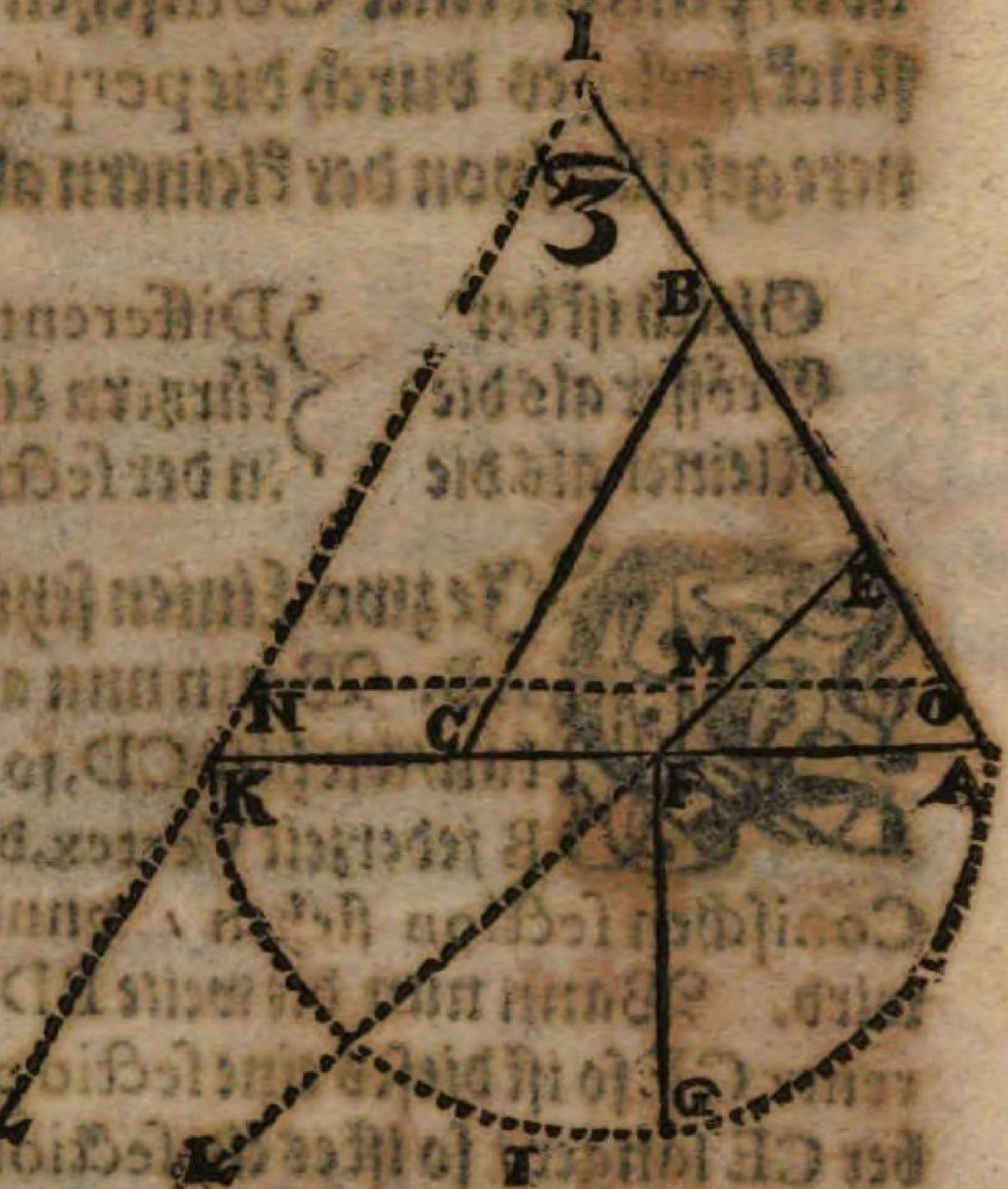
(a) 7. prop. huius.

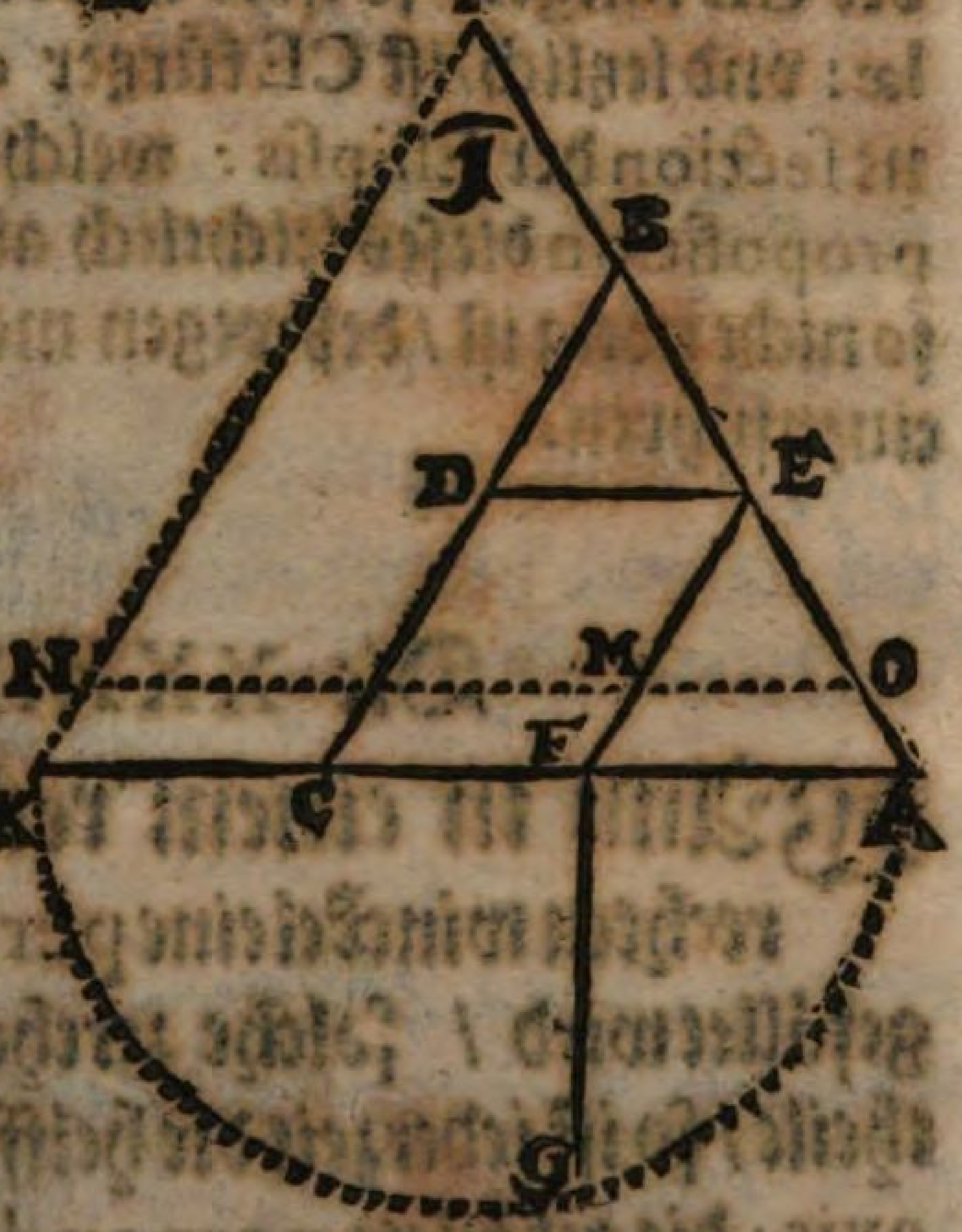
DEr gegebene Conus sey ABC, die Axis der Parab. Hyperb. vnd Ellipsis sey mit X, vnd die semiordinata mit Z signirt, so in allen dreyen sectionen gebraucht werden sollen. Wann man nun erstlichen die Parabolam seciren wil / so setzt man die axem X von C nach D, auß D ziehe das latus primarium DE der Basis AC parallel, so ist EF gleich X, ferrners setze auß F auff AC die winckelrechte FG, gleich der gegebenen Semiordinaten Z, vnd suche zu AF vnd FG, die dritte in continuirter proportion, wird FK: Erlängere folgends AB, vnnd ziehe auß K ein Lini der BC parallel, solche zerschneiden sich im I. So ist alsdann der Conus AIK, dem gegebenen ABC gleichförmig / vnd helt sich alsdann / wie EM zum rectangulo OMN, Also EF zum rectangulo AFK, oder dem quadrat FG, wie begehrt.

In der Hyperbola vnd Ellipsi aber / nimb den Puncten F in der Basi nach gefallen an / doch also / daß er bey der Hyperb. am nechsten nach A, in der Ellipsi aber nach C komme / wie No. 2. vnd 3. weisen. Fasse ferrners die axem X mit einem Circkel / setze einen Fuß ins F, den andern schlag ins E, dann setze auch auß F auff AC zu rechten winckeln die Lini FG, gleich der gegebenen Z. Wann dieses geschehen / so suche zu AF vnd FG, die dritte in continuirter proportion, kompt FK, auß K ziehe ein Lini der C parallel, vnnd erlängere AB, solche zerschneiden sich im I, so ist widerumb AIK der begehrte Conus. Derowegen wann EF vnd IK erlängert werden / so helt sich das rectangulum LME zum rectangulo OMN, wie das rectangulum LFE zum rectangulo AFK, oder dem quadrat FG, wie begehrt worden.

Die







Die XXXVIII. PROPOSITION.

WAnn zwo linien einen winckel beschliessen/ deren eine lenger als die andre / vnd vom ende der längsten eine perpendicular lini auff die kürtzere gefället wird/ so ist der punct/ darauß die Linien/ so den winckel beschliessen gezogen/ das Centrum, die zween endpuncte

aber/puncten einer Conischen Section, vnnd solches also/ wann das stück/welches durch die perpendicular, von der grössern auff die kleinere gefället/von der kleinern abgeschnitten wird/

Gleich ist der Grösser als die Kleiner als die	Differentz zwischen der lengern vnd kürtzern Lini/ so seynd diese Puncten in der section einer		Parabolæ. Hyperbolæ. Ellipsis.

DJe zwo Linien seyn AB vnd A C, vnd ist A C länger als AB. Wann nun auß C eine Lini auff das A B gefället werden kan/wie hier CD, so sage ich/daß der Puncten A das Centrum, B jederzeit Vertex, der Puncten C aber in der peripheria einer Conischen section stehen / vnnd C D ein semiordinata dieser section seyn wird. Wann nun die weite BD gleich der differentz CE so ist dieses eine sectio parabolæ, Ist aber CE länger / so ist es ein section der Hyperbolæ: vnd letzlich/ist CE kürtzer als BD, so ist es eine section der Ellipsis: welches alles auß der 22. proposition dieses leichtlich abzunehmen/daß also nicht nötig ist / deßwegen mehr demonstrireus einzuführen.

Die XXXIX. PROPOSITION.

Wann in einem rechtwincklichten Triangel auß dem rechten winckel eine perpendicular lini auff die hypothenusam gefället wird / solche zertheilet dieselbe in zwey gleiche oder vngleiche theile / so ist jederzeit die helffte oder das kleinere stück der hypothenusæ axis; die gefällete perpendicular lini aber ein Semiordinata, vnd das vierdte theil deß vbrigen stücks / die distantz deß centri reflexionis vom vertice einer Parabolæ.

Der

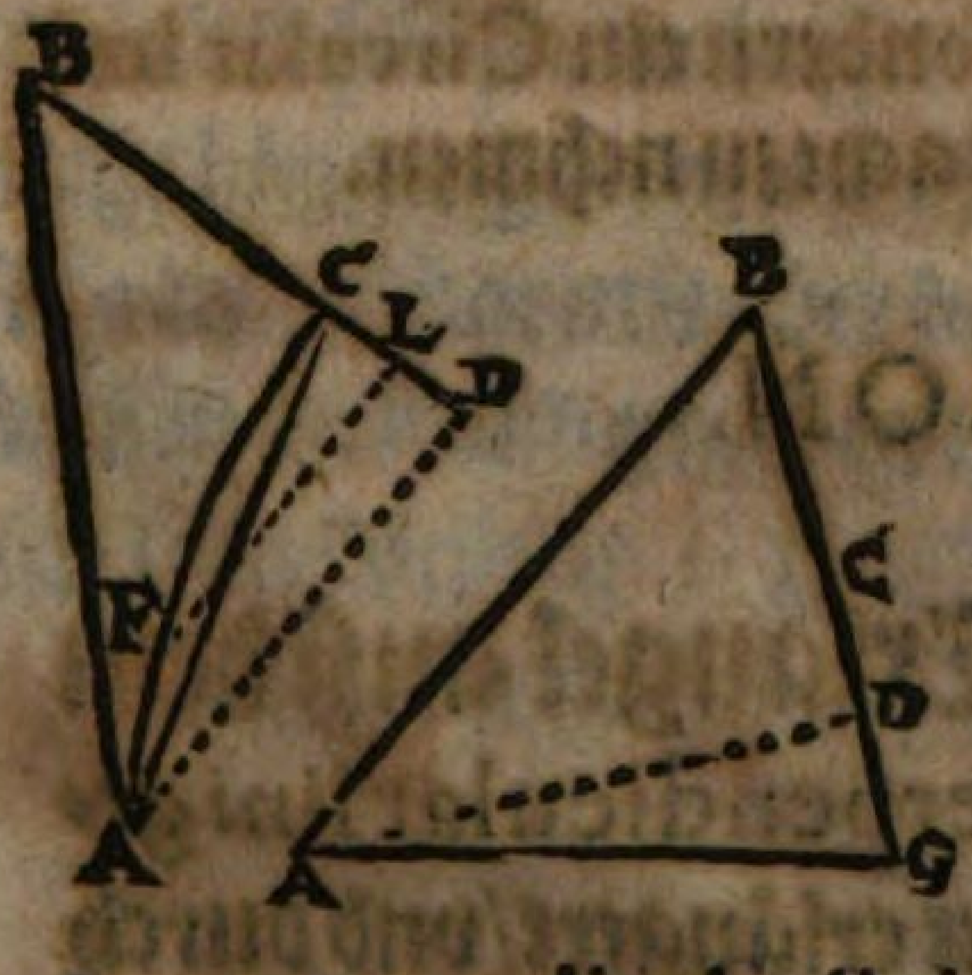
Der rechtwincklichte Triangel sey ABC, die perpendicularlini AD, so ist DC Axis, C Vertex, DA ein semiordinata, vñ das vierdte theill auß BD, so hier CE, die distantz deß Centri reflexionis vom Vertice.

Dann (a) in der Parabola helt sich die Axis CD, zur semiordinata *D*A, wie DA zum latere recto, so hier gleich DB. Nun ist [b] $\frac{1}{4}$. vom latere recto gleich der distantz deß Centri reflexionis vom Vertice, dahero ist $\frac{1}{4}$ auß BD, so hier gleich CE, die gesuchte distantz, vnd also E das Centrum reflexionis vom Vertice. Wann aber im Triangel, die *B*asis AC halb so lang/ als Cathetus AB, so wird der Punceen D gleich solch Centrum seyn. Dann CD wird alsdann halb DA, vnd DA halb DB seyn/ dahero CD $\frac{1}{4}$ von DB, wie zu beweisen war.

(a) 3. pr. hujus.
(b) 8. pr. hujus

Die XL. PROPOSITION.

Wann in einem Triangulo acutangulo, auß dem gegebenen angulo acuto ein perpendicular lini auff die gegenvberstehende seite gefället wird/ so da ausser dem Triangel fällt/ so ist solche lini ein semiordinata, die seite gegen dem angulo acuto, der eussere *diameter* oder *latus transversum*, vnd das Stück der erlängerung in dieser lini, biß an die perpendicular, die axis einer Hyperbolæ.



Der Triangel sey A B C, dessen angulus A der gegebene acutus, wañ derwegen B C ins D erlängert/ vnd die perpendicular A D gefället wird/ so ist BC der eussere diameter, CD axis, vnnd D A ein semiordinata einer hyperbolæ. Das centrū reflexionis hierinnen zu finden lehre die 4. vnd 10. proposition.

Hierbey ist in acht zu nehmen/ wann die perpendicular lini in den Triangel fällt/ als der Triangel sey BAG, vñ die perpendicular AD, so wird DG von D nach C gesetzt/ so ist die proportion dann gleich/ wie in vorigem. Diese proportion verendert sich/ so offtmals der

Puncten C zwischen D vnd B versetzt werden kan. Wann aber das C ins B fällt/ so kan solches keine hyperbolam mehr geben/ sondern wird ein Triangel bleiben/ vnd wird die proportion seyn/ wie das Quadrat BD zum Quadrat DA, also das Quadrat BL zum Quad. LF.

Die XLI. PROPOSITION.

Wann in einem Triangulo Obtusangulo, auß dem weiten winckel ein perpendicular lini vff die lengste seite/ so gegen dem obtuso vbersteher/ gefället wird/ so ist solche lengste Lini der gröste Diameter, vnd die perpendicular lini ein semiordinata einer Ellipsis.

DEr Triangulus obtusangulus sey ABC, die perpendicular AD, so ist BC der gröste Diameter, vnd AD ein semiordinata einer Ellipsis. Dann so man auß E, als der Helffte BC, ein Semicircul BLC ziehet/ vnd DA ins F, erlängert/ so ist DF ein Semiordinata eines Circkels/ Man ziehe FE, vnd derselben auß A, die lini AG parallel, so ist (a) AK der kleinere diameter, dem mache EH gleich/ so sind alsdann beyde diametri bekandt/ wie zu beweisen erfordert war.

(a) 31. pr. hujus.

Wann aber im Triangel die beyde Linien AB vnnd AC gleich seyn/ so gibt die perpendicular lini AD so bald den kleinern semidiametrum. Darbey dann in acht zu nehmen/ wann AD die helffte von BC, vnd also AD, DC vnd DB gleich werden/ daß es darnach kein Ellipsin, sondern ein Circular lini geben wird/ wie solches auß der Figur mit mehrern in acht zu nehmen.

Die XLII. PROPOSITION.

Wann in einem rechtwincklichten Triangel auß dem rechten winckel vf die hypothenusam ein perpendicular lini gefället/ die Hypothenusa auch durch einen Punct erlängert/ vnd durch einen Punct erkürtzert wird/ so ist der Punct/ da sich die basis vnnd hypothenusa zerschneiden/ vertex einer parabolæ, der Punct der erkür-

zung

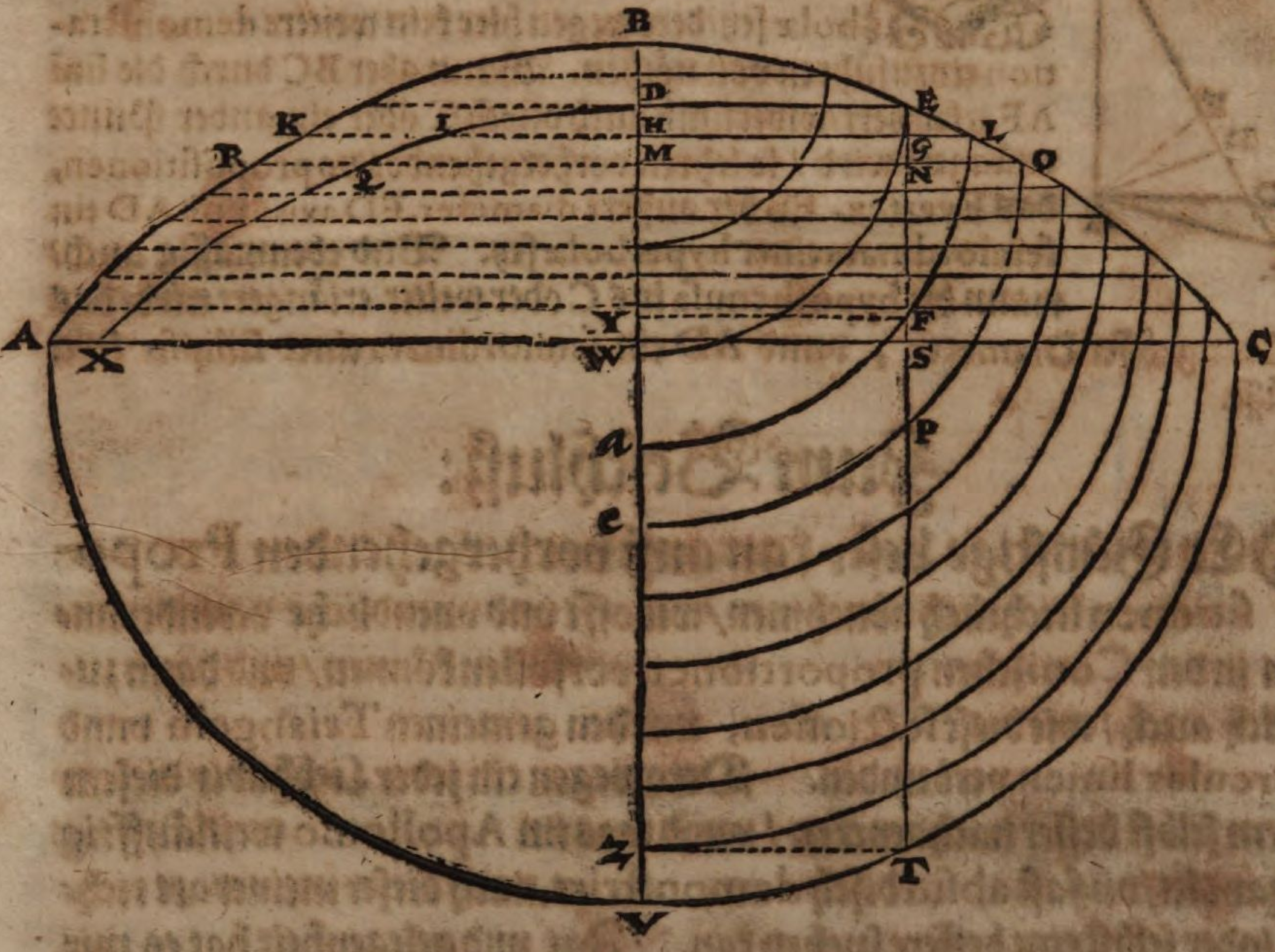
gung vertex einer Hyperbolæ, vnd der Punct der erlängerung vertex einer Ellipsis, die gefällte perpendicular lini aber / ein semiordinata dieser dreyer sectionen.

Vorhin (a) ist erwiesen / daß in einem recht=winckclichten Triangel, wie hier BAC, C vertex, CD axis, vnd DA ein semiordinata einer parabolæ sey / derowegen hier kein weitere demonstration einzuführen von nöthen. Wann aber BC durch die lini AF erkürtzert / widerumb auch durch C oder ein ander Punct erlängert wird / so lehren vorhergehende zwo propositionen, das F vertex, FB der aussere diameter, FD axis, vnd AD ein semiordinata einer hyperbolæ sey. Vnd ebenmässig auch / wann die hypothenusa ins C oder weiter erlängert wird / das BC der grösser Diameter, vnnd AD ein semiordinata einer Ellipsis seyn müsse. (a) 19. pr. hujus.

Zum Beschluß:

DEr Günstige Leser kan auß vorhergehenden Propositionen leichtlich abnehmen / wie offt vnd vnendliche verenderungen in den Conischen proportionen vorfallen können / vnd dann zugleich auch / wie diese sectionen, mit den gemeinen Triangeln vnnd Circular linien verbunden. Derowegen ein jeder Liebhaber diesem allem selbst besser nachdencken / vnnd was im Apollonio weitläufftig gehandlet / vñ fast absurdisch demonstrirt, nach dieser meiner art richten / oder selbst eine bessere suchen kan. Zeit vnd gelegenheit hat es mir nicht länger gönnen wollen / diese Materiam dißmals weiter außzuführen / darmit aber dem Kunstbegierigen mehrere Vrsach nachzusuchen an hand gegeben werde / hab ich einen weg / deren doch vnendlich seyn können / zwo krumme Linien gegen einander zu ziehen / so je länger je näher zusammen kommen / vnd sich doch in infinitum nicht berühren können / zum Beschluß in einer Parabol zeigen wollen.

Es sey die Parabola ARBLC, deren halbe Basis der halbe Circkel AVTC, jetzt werde/wie bey der zerschneidung deß Coni imaginirt, die Parabola sey vollkommen / vnnd von gedichter Materi also verfertigt/daß deren vertex B gerad perpendiculariter vber dem Centro der Basis W zu stehen komme/ Dieses Corpus werde widerumb durch die section ES, auß E, der axi BW parallel zerschnitten.



Wann nun die semiordinata ED gezogen / DW in etliche theile zertheilet / vnd die parallellinien KL, RO, &c. gezogen / ferners auß dem Centro H der Circkel La, auß M der Circkel Oe, vnd so fortan gerissen worden / so setze die mittel proportional oder semiordinatam GF von H ins I, NP von M ins Q, vnd so fort/biß endlich ST von W ins X. Wann nun durch alle Puncten Linien gezogen werden / so wird die krumme DIQX, der Parabolæ beym A vnd X im continuiren je länger je näher kommen/dieselbe aber doch in infinitum nicht berühren/welches die stück Bogen Fa, TV, deßgleichen die Sagitten Ya, ZV, vnd die 23. Propositio dieses genugsamb demonstriren.

Anhang

Anhang deß Ersten Theils/

In welchem gelehret wird / die Conischen Sectiones in plano zu verzeichnen.

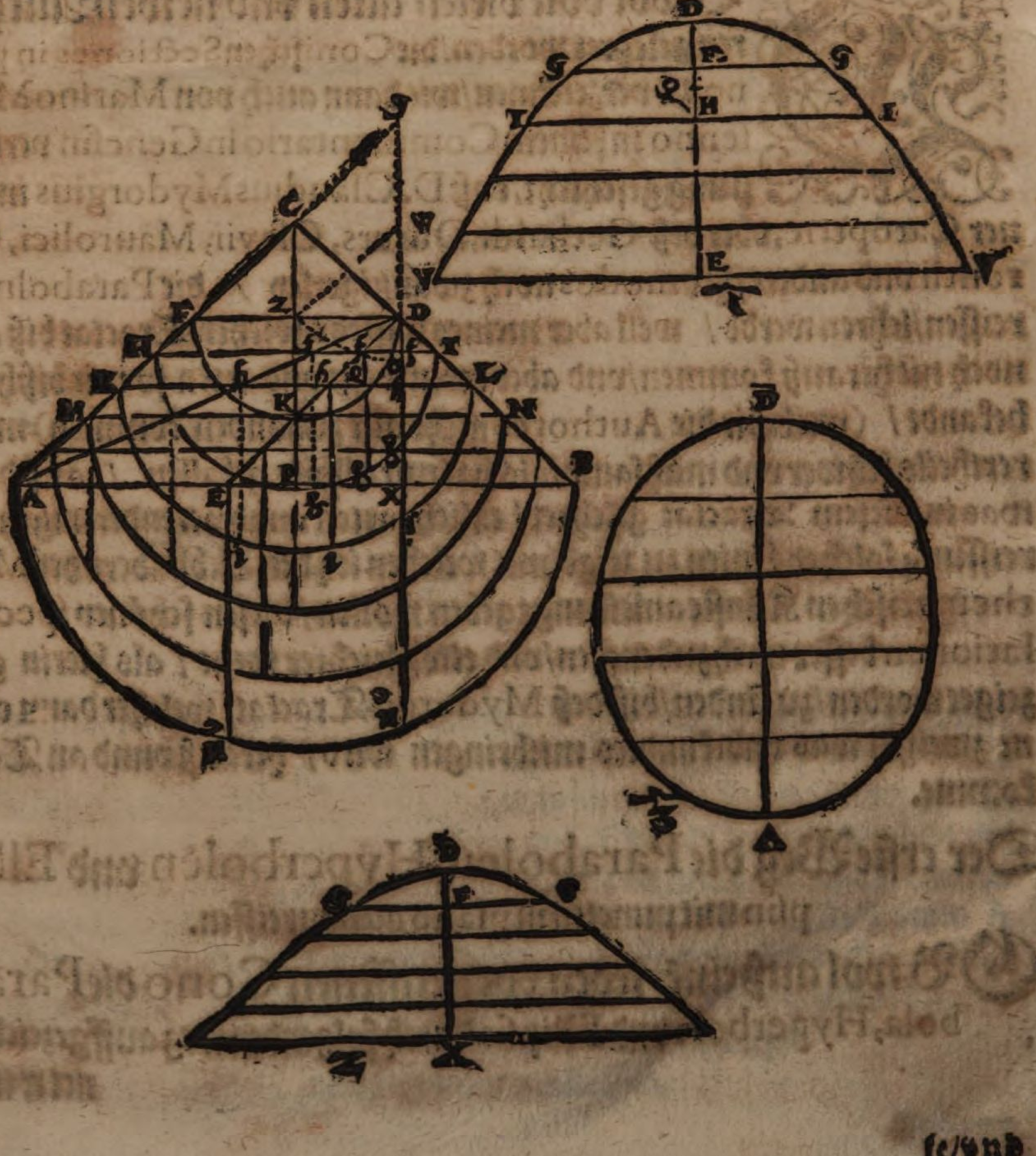
WIewol von vielen alten vnd newen Authoren gelehret worden/die Conischen Sectiones in plano zu verzeichnen/wie dann auch von Marino Mersenno in seinem Commentario in Genesin vertröstung geschicht/daß D. Claudius Mydorgius in seiner Catoptric, vber deß Gethaldi, Dürers, Clavii, Maurolici, Orontii vnd andere jhre modos noch zwantzigerley / die Paraboln zu reissen/lehren werde / weil aber meines wissens solcher Tractat biß annoch nit herauß kommen/vnd aber deren wege vnd arten so mir bißhero bekandt / (weil mir die Authores nicht alle zuhanden kommen) mehrertheils schwer vnd mühsamb/als hat mir allhier gefallen / auß dem was in diesem Tractat gelehret / etliche arten vnnd verenderungen in reissung solcher Linien zu zeigē/mit welchen ich den Liebhabern der Mathematischen Künste anleitunge geben wöllen / diesen schönen speculationen besser nachzudencken/vnd etwa leichter wege / als hierin gezeiget worden/zu finden/biß deß Mydorgii Tractat/ welcher dann ohne zweiffel was vnbekandtes mitbringen wird / herauß vnnd an Tag komme.

Der erste Weg die Parabolen, Hyperbolen vnd Ellipsin mit puncten in plano auffzureissen.

OB wol auß einē jeden vorgerissenen Cono die Parabola, Hyperbole vnd Ellipsis durch folgenden weg auffgezeichnet wer-

net werden kan/so kan man doch in der Parabola vnd Hyperbole das Centrum reflexionis in einem Conorectangulo selbsten ohne mühe finden/derowegen ich dann hier einen Conum rectangulum zum exempel genommen.

DEr Conus rectangulus sey ACB, vnd in demselben die Section der parabolæ DE, der Hyperbolæ DX vnnd Ellipsis DA. Man ziehe das latus primarium DF der Basi AB parallel, folgends theile man das stück der Axis ZP in etzliche gleiche thei-



le/vnd durch solche puncten die parallelen FD, HI, KL, MN, folgends auch/ wie im anfang bey einbildung deß Coni, also auch in 1. 2. vnd 3 Proposition gelehret/ die Semiordinaten fg, hi, solche trage fer:ners besonderlich / wie an erwehnten orten gelehret/in figura 1. bey der parabola auff ihre axem DE, vñ ziehe solche puncten zusammen/wird VGDV die lini parabolæ seyn / deren Centrum reflexionis, (a) die helffte zwischen DK fält in den puncten Q. (a) 13. pr. hujus. Die andere figur ist die Hyperb. vnd die dritte die Ellipsis. In der Hyperbola aber solch Centrum zu finden/so erlängere im Cono die Axin DX vnnd seite AC, solche zerschneiden sich im Y, ist also DY der eussere Diameter oder latus transversum: Solches theile im W in zwey theile/mit der weite WZ, zeichne die axin hyperbolæ auß W ins O, so ist/weil (b) in einem Cono rectangulo das latus primariũ, latus rectum vnd latus transversum, wann die Section der axi parallel gezogen ist/einander gleich/vnd also (c) der puncten O das begehrte Centrum. (b) 15. pr. hujus. (c) 10 pr. hujus.

In der Ellipsi sind die 2. Centra nach der 11. prop. dieses / ebenmässig durch setzung deß grössern halben Diameters, von dem kleinern Semidiametro, an der Circumferentz, biß an den gantzen grössern Diameter, leicht zu finden/darauß dann in allen in acht zu nehmen/daß je mehr Circkel gezogen/ vnd Diametri oder Semiordinaten gesuchet werden/ je schärpffer auch alles miteinander zu / vnd zusammen trifft.

Zweyter Weg/die drey Conische Sectiones im plano auffzureissen.

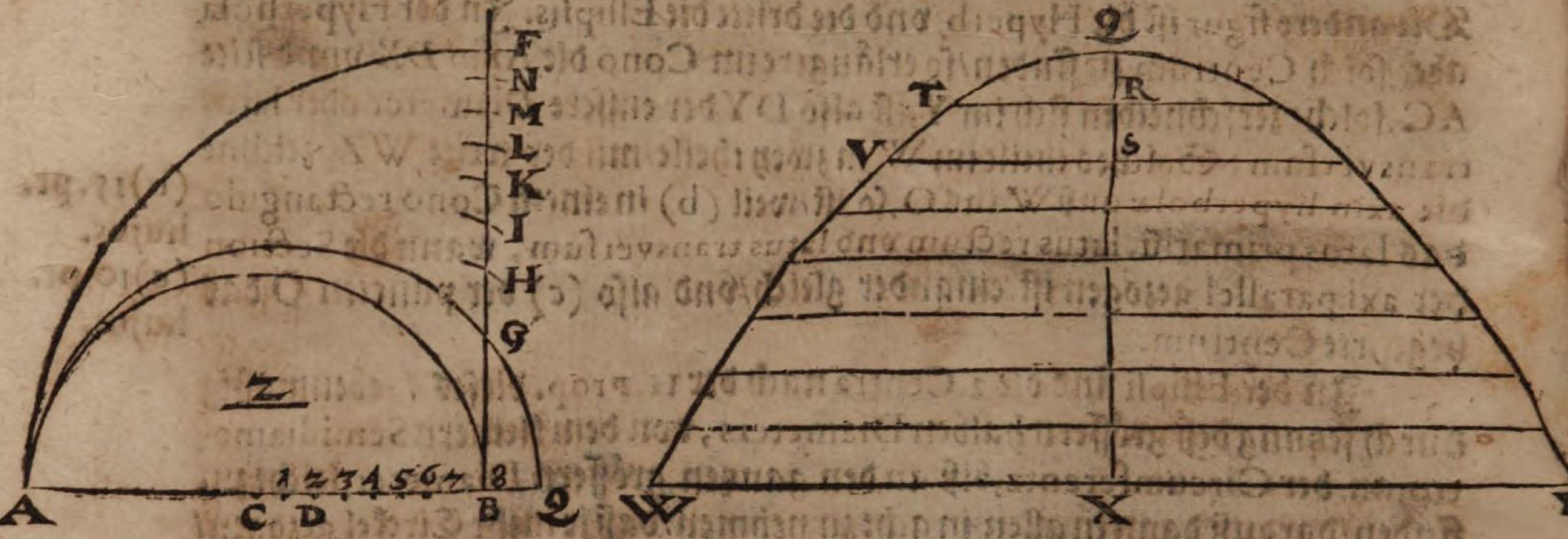
Wann man das fundamentum Coni ansehen wil/ so ist folgender mit vorigem wege geringes vnterscheids / ohne das in diesem der Conus nicht gantz gerissen/sondern nur Circkelbogen gezeichnet worden/darinnen dann alle Semiordinaten in der parabola vnd Hyperbola auff einer geraden lini sich zerschneiden/in der Ellipsi aber in einem Circkelbogen in etzlichen geraden linien / welches also geschicht:

Erstlich: Die parabol in gegebener distantz deß Centri reflexionis vom Vertice auffzureissen.

Die distantz deß Centri reflexionis vom vertice sey die lini Z, nach diesem maaß reiß ein Semicircul, daß der radius desselben noch einmahl so lang / oder der gantze Diameter vier mahl so lang als diese lini sey/ist allhier AB, dieselbe kan man/so

K man

man will/ erlängern/ theile nun den Semidiametrum AB in etzliche gleiche theile/ ist hier in 8. getheilet/ vnd mit zahlen gezeichnet: Wann nun auß C ein Semicircul vmb den Diametrum gezogen wird/ so ist AB an statt deß lateris primarii in einem Cono. Ferrners führe auff B die perpendicular lini BF, wann dieses geschehen/ so setze deines Circkels einen fuß in puncten 1. mit dem an-

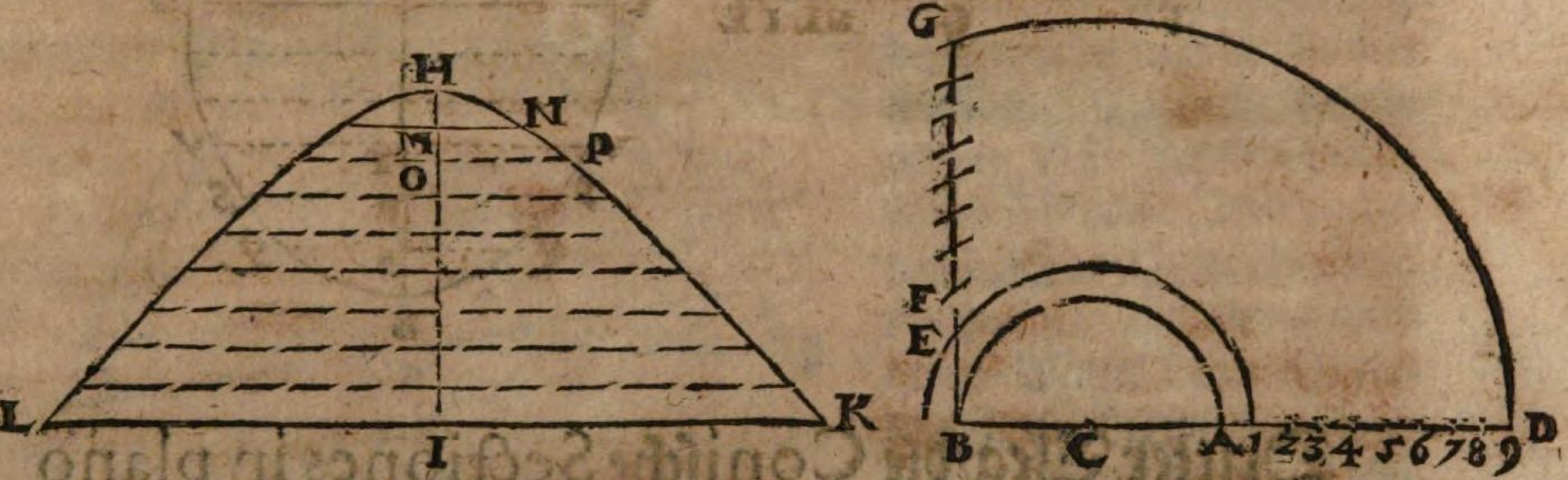


dern fuß in den puncten A, vnd reiß den Circkel AGQ (Es ist zwar aber nicht nötig/ daß man die Circkel gantz außreisse/ sondern es ist nur dahin zu sehen/ daß die puncten fleissig auf der perpendicular lini BF gezeichnet werden) auß dem 2. Puncten D, zeichne mit der distantz DA den Puncten H, vnd also auß dem 3. Puncten wird das I, auß dem vierdten das K, vnd also so viel deren von nöthen/ gezeichnet/ daß also wann man die Parabolam weiter continuiren wolte/ so kan man der kleinen theile von B nach Q, vnd fürters weiter setzen/ vnd gelehrter massen procediren, so werden auff solcher Linien B F durch die Puncten lautere semiordinaten abgeschnitten.

Ferrners ziehe eine Lini QX der FB gleich/ dieselbe theile in so viel gleiche theile/ wie der Semidiameter BC zertheilet worden ist hier in 8. theile/ deren jedes noch einmal so groß/ wie die theile auff BC, vnnd also jedes gleich BQ. Auß allen diesen Puncten ziehe Linien auff QX zu rechten winckeln/ als RT/ SV, XW. Mache darnach BG gleich RT, BH gleich SV vnnd also forthan/ biß letzlichen BF gleich XW. Wann nun solche puncten zu beyden seiten gesetzt vnd zusammen gezogen werden / so ist WVTQY die gesuchte vnd begehrte parabol, deren vertex Q, centrum reflexionis S, desen semiordinata SV noch einmal so lang als die distantz vom vertice SQ, vnd der Puncten X das punctum, darinnen sich im Cono axis coni vnd axis parabolæ zerschneiden.

Die

Die Hyperbolen zu reissen/wird in diesem nicht auff das centrum reflexionis achtung gegeben / sondern man kan sie nur nach gefallen so groß oder klein/als man dieselbe wil reissen. Werde derowegen eine Lini D B genommen/ vnd auf dieselbe die perpendicular BG gesetzt / fertners nimb nach gefallen einen semidiametrum BC, vnd reiß auß C den Circkel BA, von A nach D setze gleichmässig nach gefallen gleiche theile / wie solche in der Figur mit zahlen gezeichnet: Wann dieses geschehen / so setze deinen Circkel mit einem Fuß ins C, mit dem andern faß den ersten Puncten/vnd zeichne darmit auff der perpendicular Linien den Puncten E. Also auß C faß den zweyten puncten

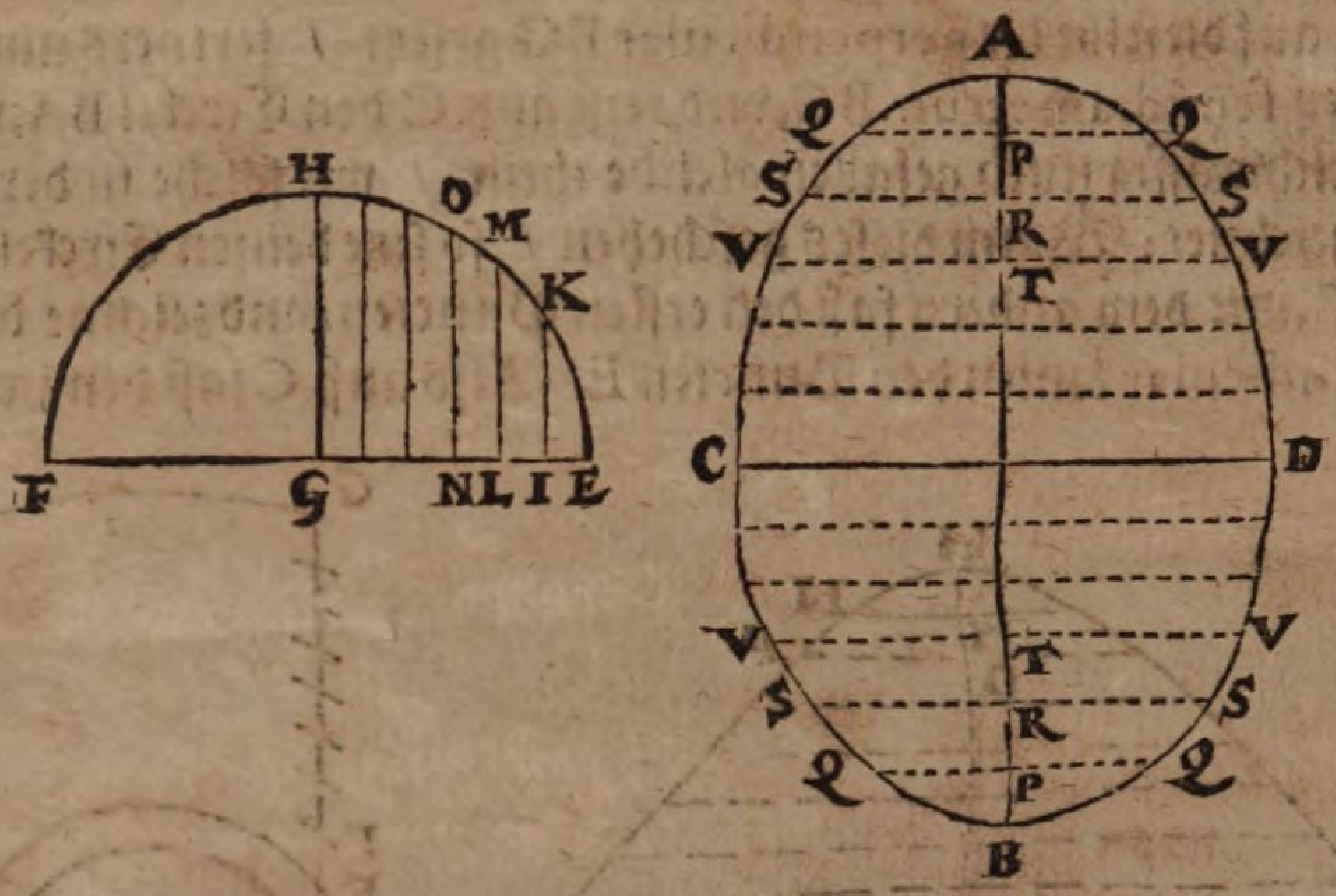


cten vnd zeichne darmit auff der perpendicularen den Puncten F vnd so fortan/biß letzlichen mit CD den Puncten G. Wann dieses geschehen/so mache ein andere Lini/als HI, gleich BG, solche theile in so viel gleiche theile/ als BG zertheilet gewesen/ist hier in 9. theile/ auß jedem Puncten ziehe nun Linien zu rechten winckeln/als MN, OP, IK, vnnd mache BE gleich MN, BF gleich OP, vnd so fortan/biß letzlichen BG gleich IK, wann nun solche Puncten zu beyden seiten gesetzt vnd zusammen gezogen werden/ wird KPNHL die begehrte Hyperbole seyn.

Letzlichen die Ellipsin zu reissen/bedarff man nicht so vieler arbeit / sondern es können die semiordinaten leichter vnnd nach der 20. proposition gefunden werden.

Es seye nun gegeben der grössere Diameter der Ellipsis AB, vnnd der kleinere CD, solche werden recht wincklicht zusammen gesetzt/ also daß sie sich in der mitte zerschneiden: Wann dieses geschehen/so mache FE, gleich CD, vnd reiß auß dessen mitte G den Semicircul FHE: Theile nun EG, in gleiche vnd so viel theile als man kan / deßgleichen auch den grössern Diametrum in eben so viel gleiche theile/ auß den Puncten deß Semidiameters, ziehe die Sinus IK, LM, NO, denselben mache auff den grössern Diametrum

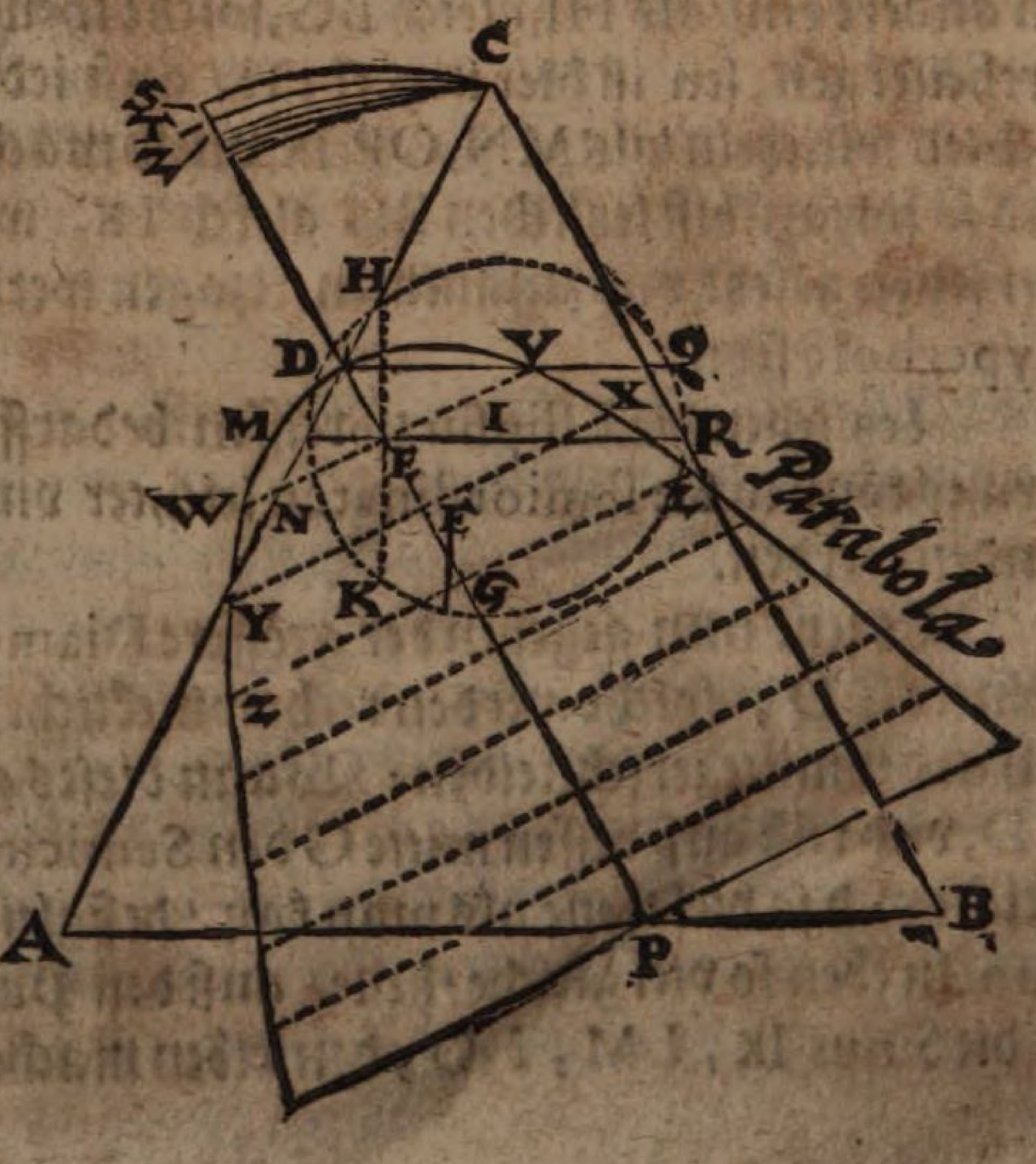
der Ellipsis PQ, RS, TV, zu beyden seiten gleich/vnd ziehe die puncten zusammen/so ist die Arbeit verrichtet vnd QVASB. die begehrte Ellipsis.



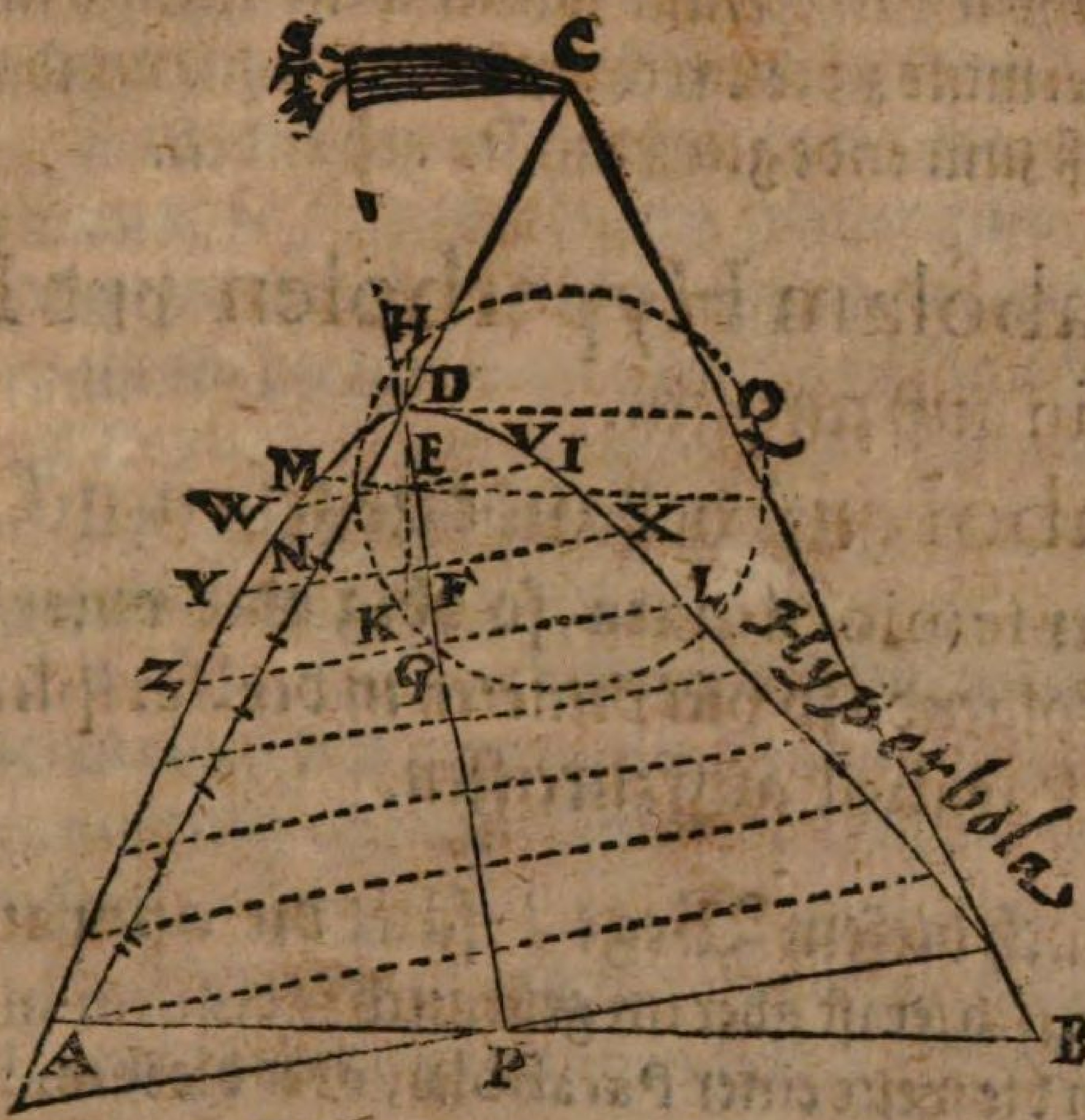
Dritter Weg/die Conische Sectiones in plano zu verzeichnen.

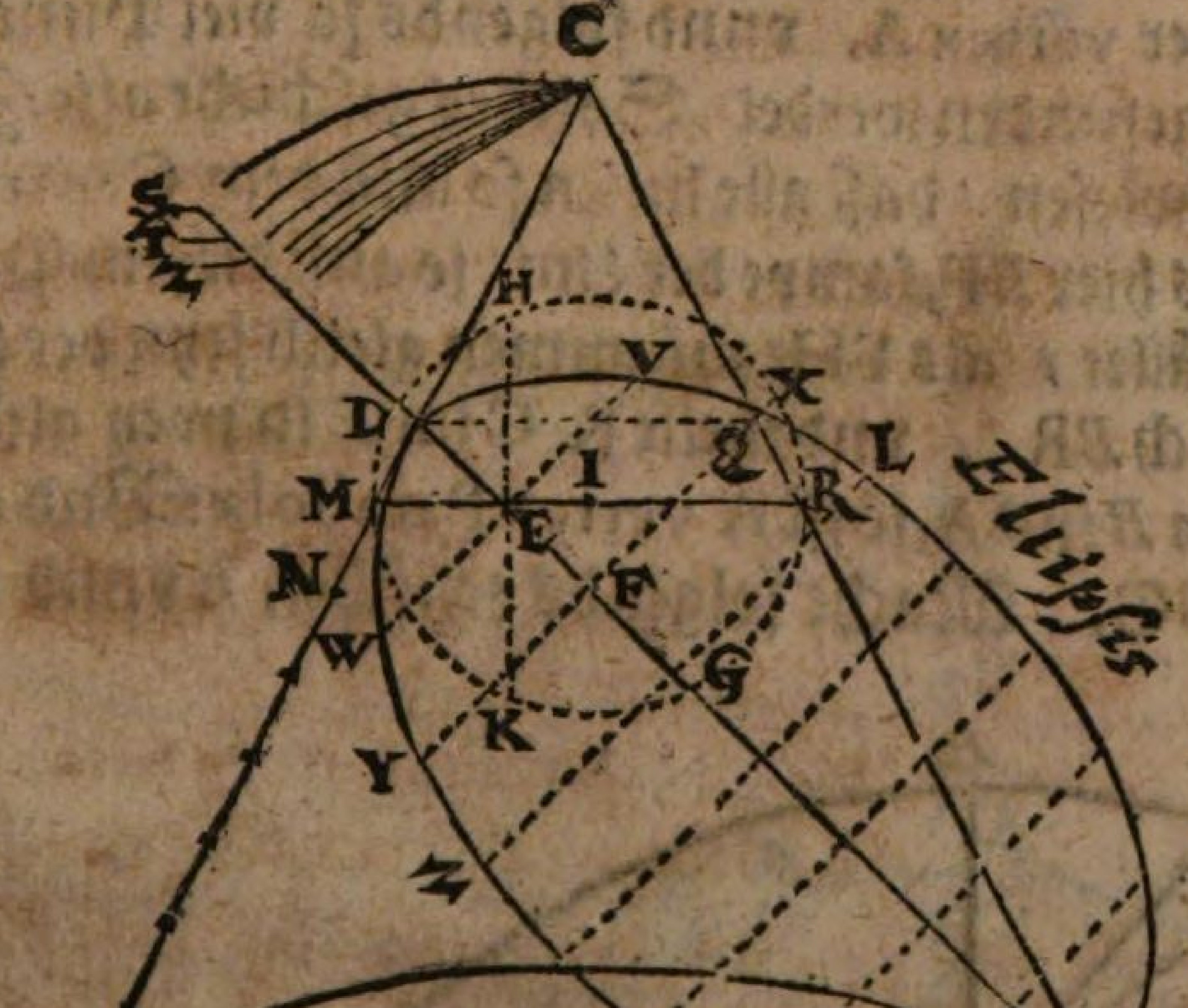
DUrch diesen Weg können alle sectiones auffm Cono recto selbsten durch Puncten gezeichnet werden.

Es seye ein Conus rectus ABC, dadurch eine section DP geschehen / sie falle auch wie sie wolle/vmb deren axin DP sollen nun so viel Puncten / als in der peripheria derselben von nöthē/ gezeichnet werden / solches geschicht also: Man theile die Axin DP in so viel theile als man wil / vnd in solcher proportion



tion auch die seite DA, welches durch parallel linien geschehen kan / dann DQ vnd MR seyn der Basi AB parallel:





Ferrners ziehe durch die Puncten so im Diametro oder axi der section gezeichnet/gegen derselben winckelrechte Linien VW, XY, LZ, vnd also forthan / Letzlichen erlängere auch die axin FD nach S, so können alsdann die Puncten also gefunden werden: Zu dem durchschnitt V die zwey semiordinatas EV vnnd EW zufinden / ziehe man die Lini RM der Basi parallel, vnnd auß deren Mittel I den Circkel MKR, solcher wird verstanden/ als wann der Kegel vffrecht stünde / vnd dessen spitze der Basi parallel abgeschnitten were/ so wird von diesem Circkel durch die section DP, das stück HK gleichmässig abgeschnitten seyn / vnnd ist dieses in auffrechtstehendem Cono nichts anders/ als wann auß E eine Lini in verticem Coni C gezogen were / so wird EC Cathetus, E K oder E H basis, vnd CK oder CH hypothenusa eines rechtwincklichten Triangels seyn/ derowegen so mache E C gleich ET, folgends fasse CM mit deinem Circkel/ vnd setze einen Fuß ins T, mit dem andern zeichne auff der durch den Puncten E gezogenen winckelrechten Lini die Puncten VW, so sind solche die jenigen puncten so begehrt worden/ dann wird VE oder EW gleich seyn HE oder EK, weil TE gleich EC, vnd CM gleich

 TV ist

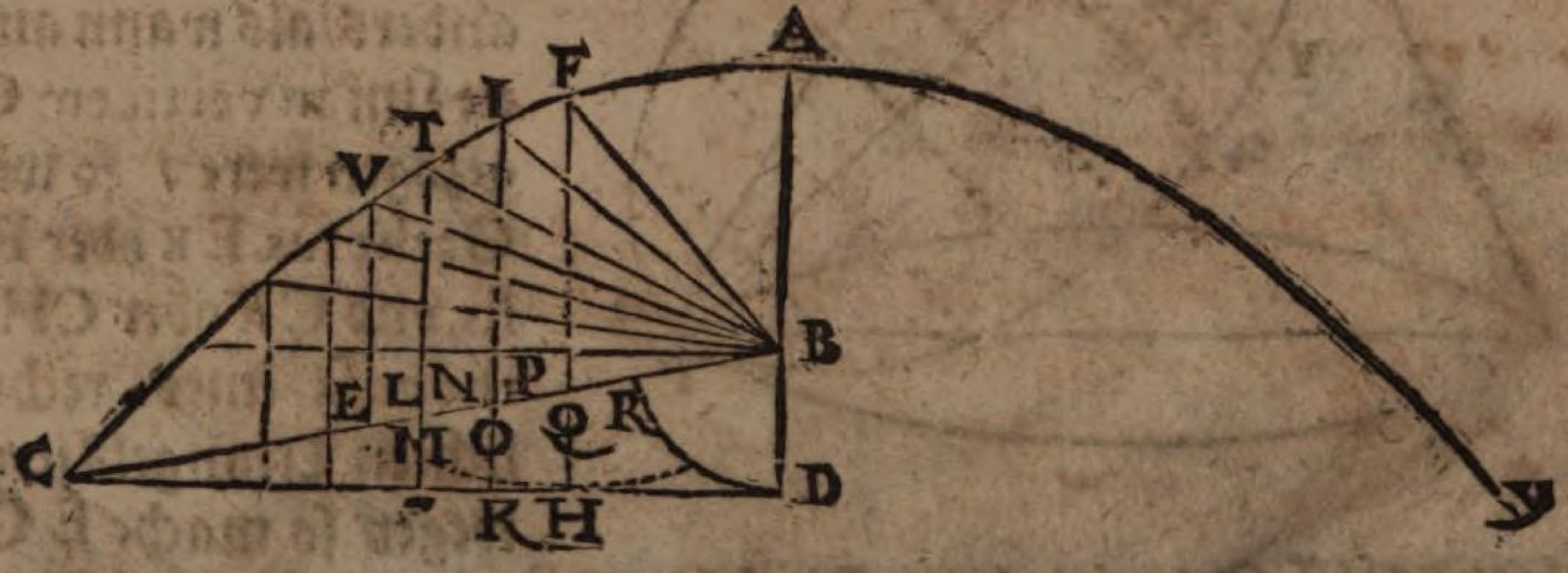
TV ist: dahero dann erfolget/daß diese Puncten recht gezeichnet/ vnd in der peripheria der section stehen. Die vbrigen Puncten zu finden/ so mache FG gleich CZ, vnd fasse CN mit deinem Circkel/mit solcher weite zeichne auß Z die puncten X vnd Y, welches abermals zween rechte puncten seyn/ vnnd wird also folgends mit den vbrigen biß zum ende gleichmässig gehandelt.

Vierdter Weg/die Parabolam Hyperbolen vnd Ellipsin auffzureissen.

VNd erstlich die Parabol auß bekandt gegebenem Centro reflexionis, vnd einer semiordinata, so obig oder vnter dem Centro, den verticem vnd folgends so viel puncten in der Peripheria als man wil zufinden/vnd die Parabol auffzureissen.

IN der Parabol, nach diesem Wege / fällt die operation zwar etwas mechanisch/er ist aber im gebrauch so bequem als die vorigen. Es sey nun die weite einer Parabolæ, oder die semiordinata CD gegeben/vnd das centrum reflexionis *B*, auß diesen zweyen datis *B*D vnd DC, soll der vertex A, vnnd folgends so viel Puncten als man wil/in der peripheria gefunden werden. Solches geschicht also: Ziehe auß *B* die lini BC, so ist (a) erwiesen / daß alle linien so auß dem Centro *B* an die peripheriam gezogen/als hier *B*F, sampt der Lini/ so auß diesem Puncten auff eine semiordinatã gefället / als FH/ zusammen gleich seyn der Lini *B*C. Mache derowegen *B*D gleich *B*R , vnd theile R C im *E* in zwey gleiche theile/setze deren theile eines vom *B* ins A, so ist A vertex Parabolæ: Vnd also *B*A vnd AD zusammen gleich *B*C. Mache folgends zwischen *E* vnnd *B* so

(b) 24. pr. hujus.



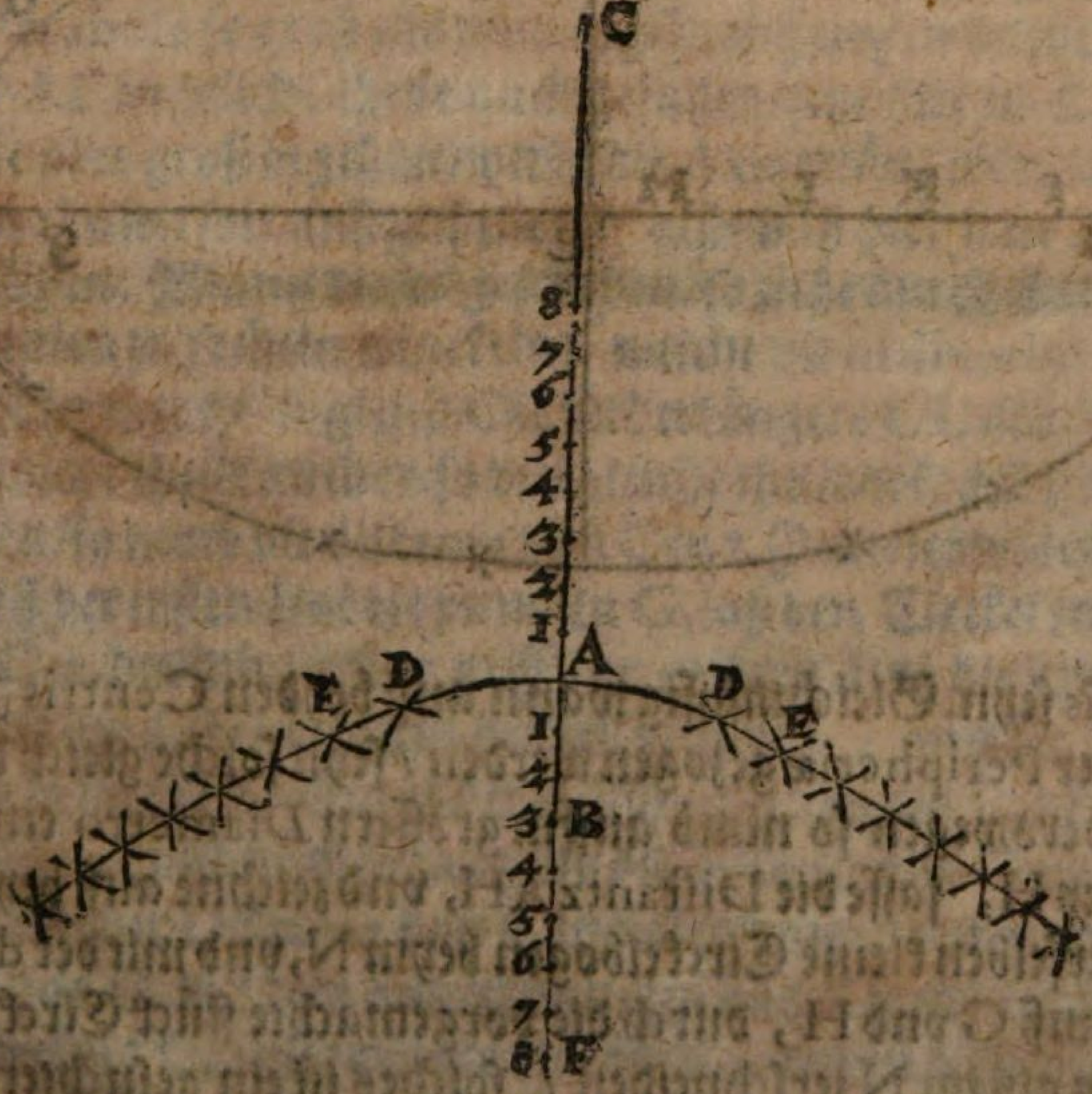
viel Puncten als von nöthen/als hier LMNOPQ. So nun CL mit einem

Cir-

Circkel gefast/ein Fuß ins Centrum B gesetzt / vnd mit dem andern ein stück Circkels beym F gerissen/folgends dann BL gefast/ein fuß auff diß stück Circkels so lang hin vnd wider gesetzt/biß der ander die Lini CD scharff berühret/ so wird derselbe hiermit mit F gezeichnet/weil nun BF vnd FH zusamen gleich BC , so ist der Punct F ein punct in der peripheria der parabolæ. Ferners fasse man CM, vnd mache mit solcher distantz von B ein stück Circkels im I vnd suche mit der weite BM den puncten I, also daß BM gleich IK wird/ so ist I abermals ein begehrter Punct/also wird auch auß CN vnd NB der Puncten T, auß CO vnd OB der Puncten V, vnnd also so viel man Puncten haben wil gesucht/welche dann so sie zusammen gezogen werden die Parabolam CT AY geben.

Die Hyperbolen aber durch Puncten auffzureissen/ müssen zwey Centra, deren eines das centrum reflexionis der begehrten / das ander aber das Centrum einer opponirten neben dem vertice der begehrten Hyperbolæ gegeben seyn.

Sey derowegen gegeben/A vertex, *B* das centrum reflexionis, vnnd C das Centrum der opponirten section: So ist erwiesen (a) wann man zu *B*A (a) 25. prop. hujus.



vnd CA gleiche stücke zusetzt/vnd solche Distantzen auß C vnd *B* zusammen reist/daß der darauß kommende punct in die Peripheriam der Hyperbolæ falle/ man

man erlängere derowegen AB ins F, vnd setze von A nach F etzliche gleiche puncten oder theile/vnd so viel auch mit vnverrücktem Circkel von A nach C, wann nun ein Circkel mit einem Fuß in C gesetzt/mit den andern aber der erste puncten von A nach B gefast/vnd damit ein stück Circkel beym D gerissen / folgends der Circkel mit einem Fuß ins B gesetzt/ mit dem andern aber der erste Puncten von A nach C gefast / vnd damit abermals beym D ein stück Circkels gerissen wird/solche zerschneiden sich im D, vnnd ist also dieser Punct in der Peripheria, also wird auß C vnd B mit beyden andern Puncten der Puncten E, vnd also fort so viel man wil/gefunden werden.

Die Ellipsin durch Puncten zu reissen/seye gegeben der grössere Diameter AB, der kleinere Semidiameter CE, auß welchen datis so viel Puncten als man begehret in der Peripheria also gefunden werden können. Es ist erwiesen (a) daß wann man den grössern Semidiametrum AE oder BE mit einem Circkel fast / vnnd vom kleinern Diametro auß dem puncten C in den grössern ins F oder G setzt/daß solche puncten F vnd G die beyde Cen-

(a) 11. prop hujus.

tra dieser Ellipsis seyn. Gleichmässig wann auß beyden Centris (b) linien in einen Punct der Peripheriæ gezogen werden / seyn solche gleich dem grössern Diametro. Derowegen so nimb auffm grössern Diametro einen Puncten nach gefallen/sey H, fasse die Distantz AH, vnd zeichne auß beyden Centris H vnd G mit derselben kleine Circkelbogen beym N, vnd mit der distantz BH reiß abermals auß G vnd H, durch die vorgemachte stück Circkels beym N, wo sich dieselben als im N zerschneiden / solches ist ein gesuchter punct in der Peripheria, also wird auß der Distantz AI vnnd BI, der Puncten O auß AK

(b) 22. pr. hujus.

vnd KB der Puncten P; Auß AL vnd LB der Puncten Q; vnd auß AM vnd MB, der Puncten R gesuchet / welche dann zu beyds seiten gezeichnet werden können/ so nun diese puncten zusammen gezogen werden / kompt die gesuchte vnd begehrte Ellipsis.

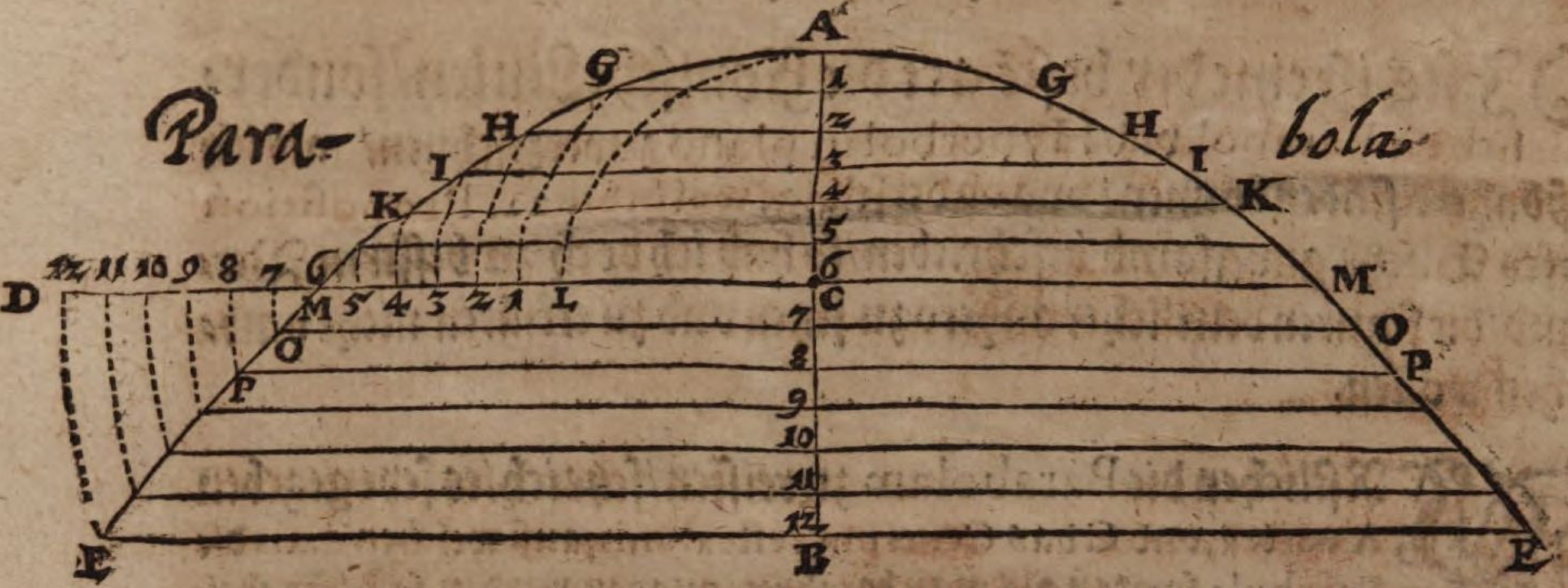
Der Fünffte Weg / die drey Conische Sectiones in plano zu verzeichnen.

DJeses ist eine der bestë art die Conische Linien/ sonderlich die Parabol vnd Hyperbol in plano zuverzeichnen/ als ich bißdahero finden können/ vnd ob derselbige wol in der 22. Proposition dieses Buchs gnugsamb beschrieben/ so hab ich doch zu besserm Verstand/ die figuren deutlicher anhero zu setzen vnd zu erklären nicht vmbgehen wöllen.

ERstlichen die Parabolam zu reissen/ setze ich/ es seye gegeben A vertex, vnd C das Centrum reflexionis, auß welchen datis die Parabola so groß als man begehret/ gezogen werden soll: So theile AC in etzliche theile nach gefallen/ seye hier in 6. theile/ so man sie aber groß begehret/ werde die Axis erlängert nach B, vnnd mit diesen gleichen theilen fort außgetheilet / also daß hier von A nach B zwölff gleiche theile stehen. Wann dieses geschehen/ so ziehe durch einen jeden punctë auff die axin Linien zu rechten winckeln/ welche die ordinatim applicatas andeuten. Mache ferners CA gleich CL, vnd erlängere CL also daß LD gleich sey der AB: Solche theile auch in so viel gleiche theile/ wie AB zertheilet ist/ wañ dieses geschehen/ so nimb die distantz von C in 1. Puncten vberm L, mit derselben zeichne auff der ersten Lini die puncten G, laß den Circkel im C stehen/ vnd fasse die weite C 2. darmit zeichne auff der andern Lini die puncten H, also auch auß C, mit der distantz biß in dritten puncten / auff der dritten Lini die puncten I, vnd so forthan: So ist der sechste puncten als C M die Semiordinata auß m Centro, vnd noch so lang als die distantz deß Centri vom vertice CA. Ferners mit der Distantz von C in siebenden puncten / zeichne auff der siebenden Lini das O, mit dem achten puncten das P, vnnd so forthan/ biß mit dem 12. Puncten als CD die zwölffte Lini im E, wann diese puncten nun zusammen gezogen werden/ so ist solche Lini die begehrte Parabola.

Dieweil nun in diesem vnd fast allen andern wegen die parabol zu reis-

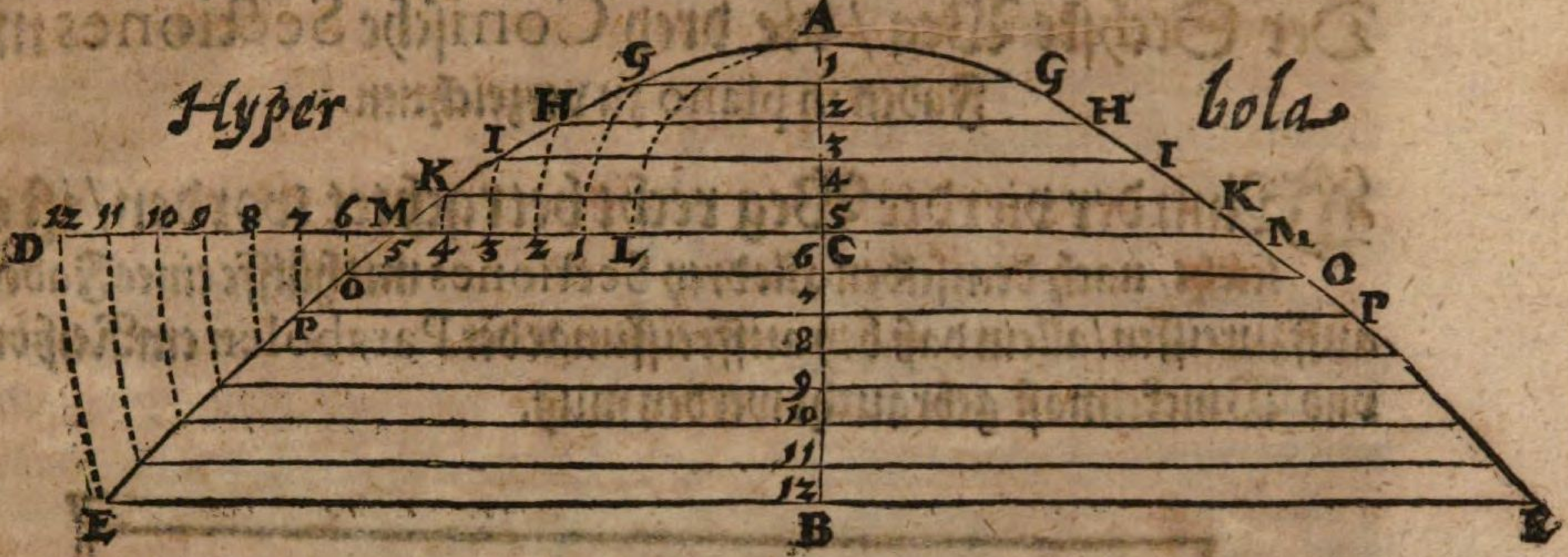
sen/der anfang derselben vom vertice, wie in dieser Figur AG, etwas weit von einander fällt/vnd derowegen solche krumme Lini vbel zu finden/als hab ich in dieser Edition bey der 24. prop: einen anhang gemacht/ mit welches hülffe/ein feiner weg/auch zwischen A vnd G, vnd also zur gantzen parabol, so viel Puncten als man wil gefunden werden können/ dahin ich vor dißmal gewiesen haben wil.



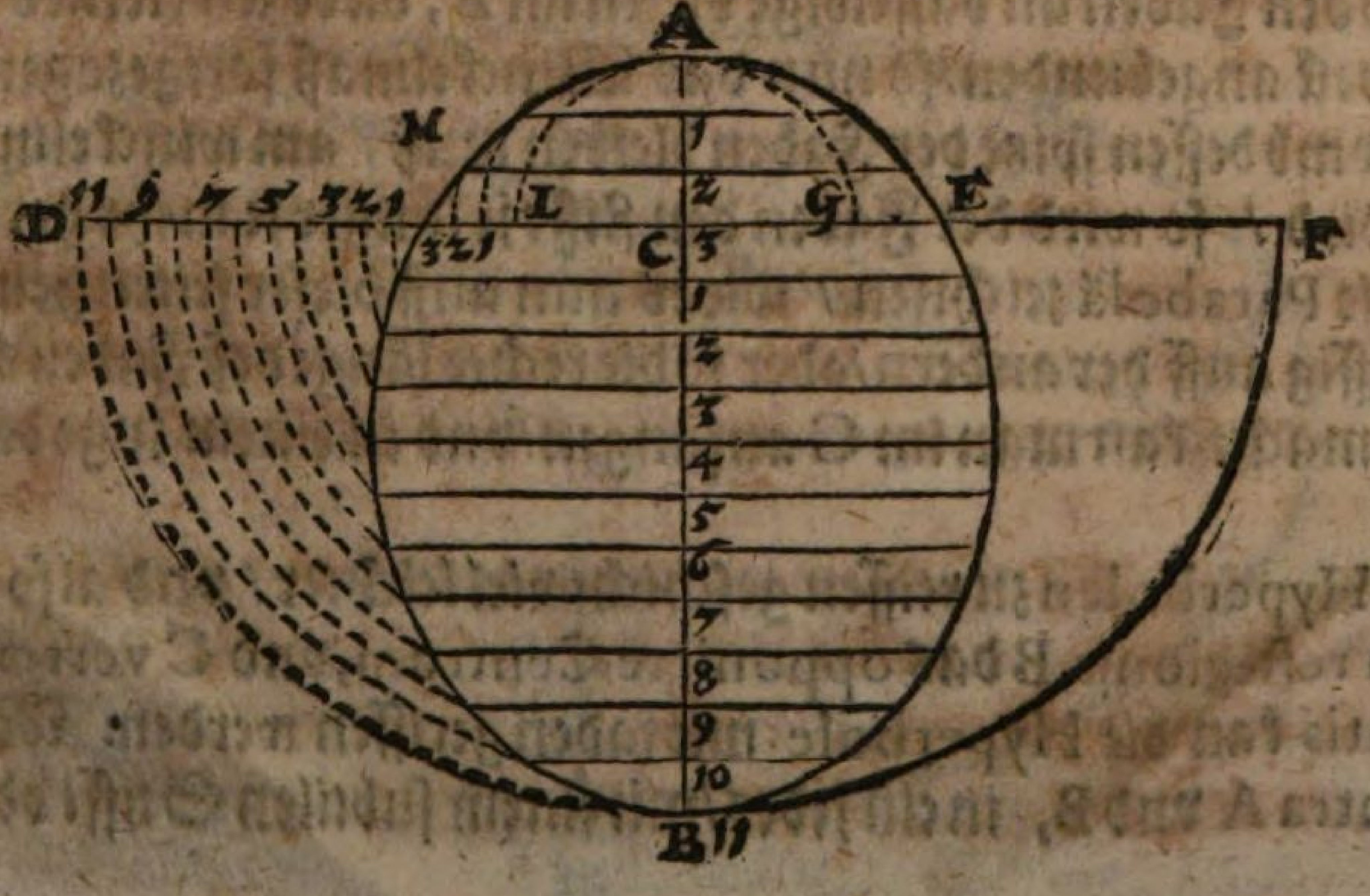
Gleich wie bey der parabola die Semiordinata CM, so außm Centro gezogen/noch einmal so lang ist/wie die distantz deß Centri vom vertice AC, so ist dieselbe Semiordinata in der Hyperbola auch jederzeit mehr als noch einmahl so lang/als AC. Derowegen ist LM jederzeit grösser als AC, vnd daher die Hyperbola nicht wie die Parabola gebunden/ sondern es kan die Semiordinata CM so groß als man wil genommen/vnd nach gethaner Lehr bey der Parabola operiret werden/wie dann solches die Figur der Hyperbole mit mehrerm außweiset.

Bey der Ellipsi aber ist die Semiordinata außm Centro hergegen weniger als doppel so lang/wie die Distantz deß Centri reflexionis CA vom vertice, derowegen laufft solche/oder thut sich erstlich auff/ biß gegen ihre mitte/ darnach gehet sie in solcher Proportion wieder zusammen. Es seye nun gegeben Vertex A vnd ein Centrum C, vnd die Semiordinata außm Centro CM oder CE, so mache CL gleich CA, theile nun CA in etzliche gleiche theile/ dieselbe werde auch erlängert nach B, vnd solche erlängerung mit eben den vorigen gleichen theilen getheilet.

Ferners

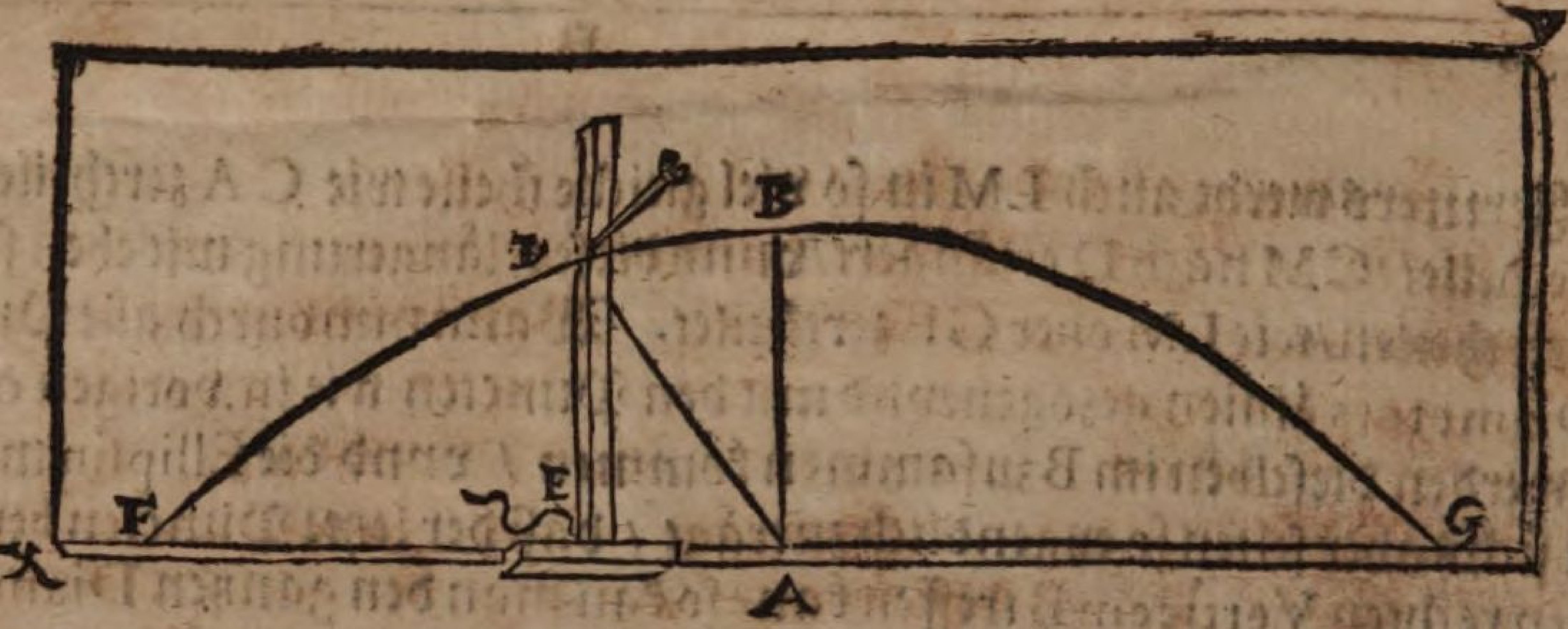


Ferrners werde auch LM in so viel gleiche theile wie CA zertheilet worden/getheilet/CM nach D erlängert/vnnd diese erlängerung mit eben solchen gleichen theilen/wie LM oder GE zertheilet. Wann nun durch alle Puncten deß Diameters Linien gezogen/vnd mit den Puncten wie in vorigen operirt wird/werden dieselben im B zusammen kommen / vnnd die Ellipsin machen. Weil sichs aber selten so eygendlich zuträgt / daß der letzte Puncten bey D gerad den rechten Verticem B treffen kan/ so kan man den gantzen Diametrum AB, vnd etwa ein Centrum C geben/auß diesem Centro mache man die weite CB gleich CF, vnd CG gleich CA, wie nun AB zertheilet ist/ also zertheile man auch GF oder LD, vnnd operire dann nach vorigem/so wird sich das begehrte finden: Darauß dann gesehen werden kan/ wie diese drey Sectiones mit ein ander verbunden.



Der Sechste Weg / die drey Conische Sectiones mit Faden in plano zu verzeichnen.

WAnn der vierdte Weg recht betrachtet worden / ist es leicht / nach demselben alle drey Sectiones mit hülffe eines Fadens auffzureissen / allein daß bey auffreissunge der Parabolen ein Reißbret vnd Winckelmaß gebraucht werden muß.

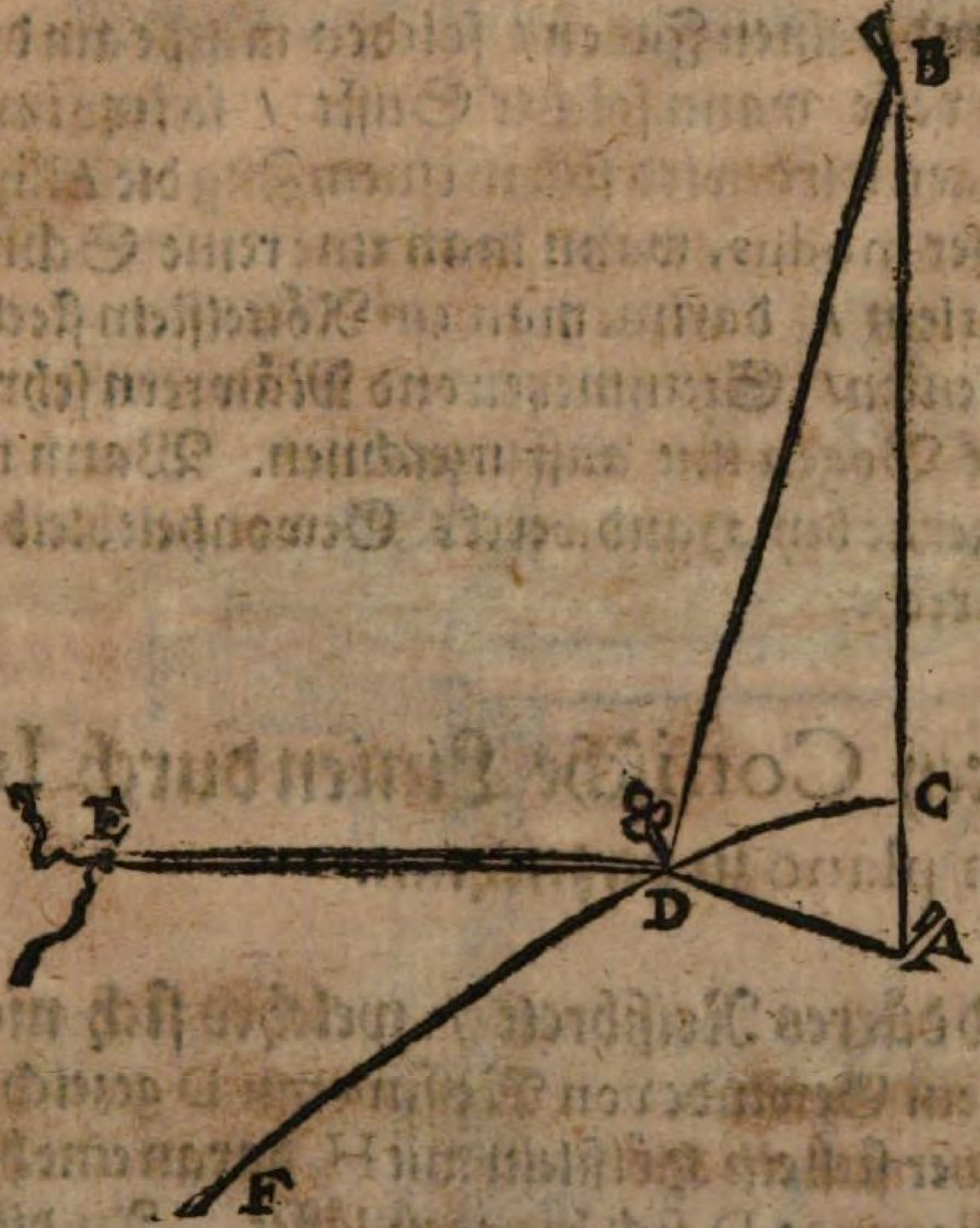


ES sey nun das Reißbrett X Y, auff solches werde ein Papier / darauff die Parabola gerissen werden soll / fest gemacht. Auff demselben sey A das Centrum reflexionis, vnd B vertex parabolæ, so werde im centro ein Faden mit einem subtilen stifft oder nägelein angemacht / der stifft D werde ferrners in verticem B gestellt / der Faden darumb geschlagen / folgends das winckelmaß dann nieder gelegt / vnd den Faden an dasselbige vnten im E, da es ein kleines Löchlein haben muß / vest angebunden / so nun das Winckelmaß fortgezogen / vnnd der Stifft D, vmb dessen spitze der Faden bleiben muß / am winckelmaß stethe angehalten wird / so wird der Faden den stifft je länger je mehr herunter ziehen / vnd also die Parabolã zeichnen / wie es nun auff dieser seiten gemacht / also ist es ebenmässig auff der andern / oder so die rechte länge deß Fadens am winckelmaß angemacht / kan man im G anfangen / vnd in einem zuge die Lini biß ins F reissen.

Die Hyperbolen zu reissen geschicht viel leichter / vnd also: A sey das Centrum reflexionis, B das opponirte Centrum, vnd C vertex, auß diesen dreyen datis kan die Hyperbole mit faden gerissen werden. Man mache in beyde Centra A vnd B, in ein jedes / mit einem subtilen Stifft oder Nägelein

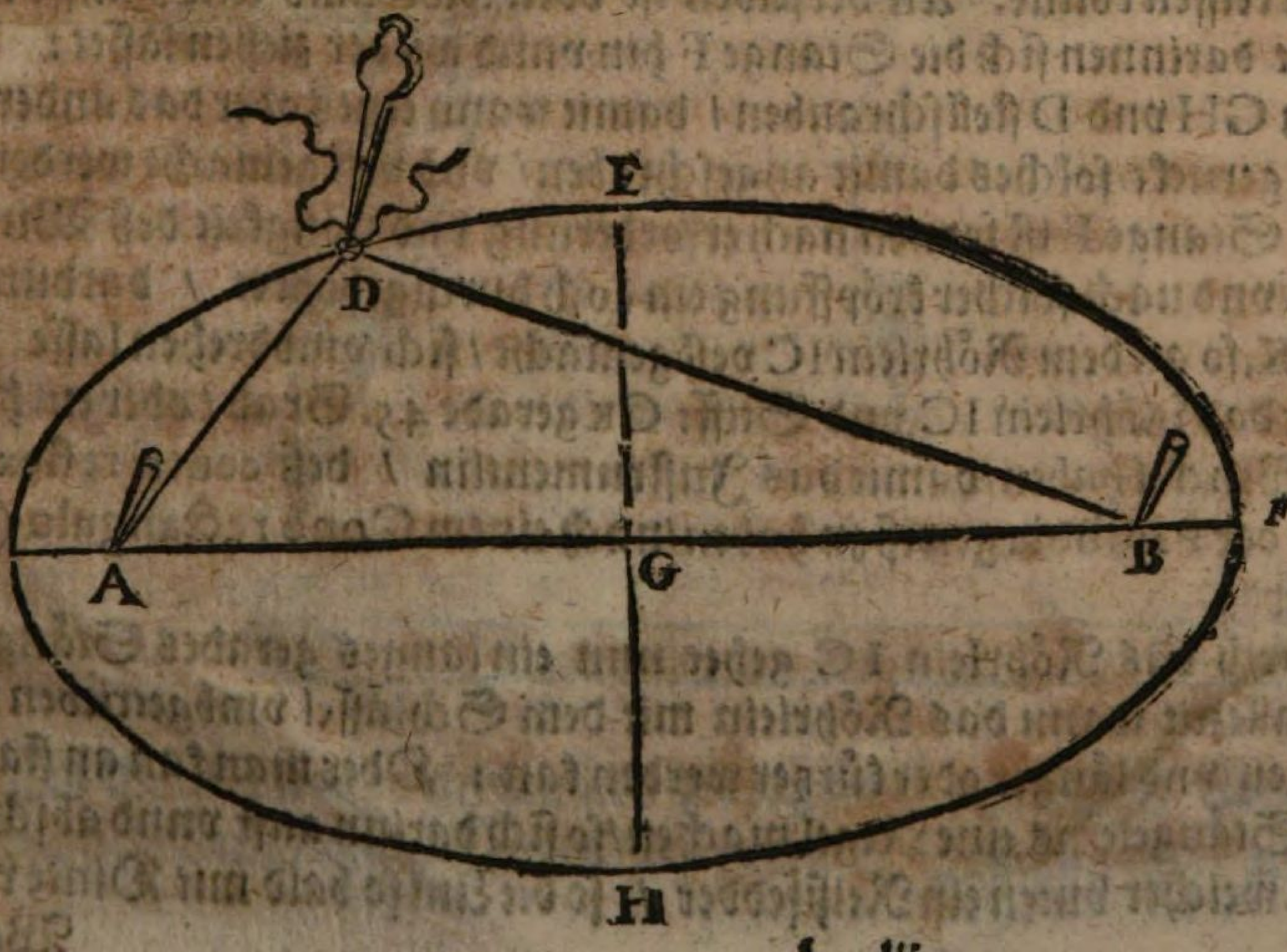
einen

einen Faden an/folgends muß man einen Stifft haben / so vnten ein klein



Löchlein / wie ein Nadelöhre hat/doch daß beyde Faden dardurch gezogen werden können/ seye mit D gezeichnet/durch dieses Löchlein oder ohre / werden nun beyde faden durchgezogen/ das Stifft in verticem C gesetzt/vnnd darnach von beyden Faden gleiche stücke zusammen genommen oder geknüpfft / wie beym E zu sehen. Es werde ferrners der Knoden oder das E mit einer hand gefaßt/ vñ der stiffe mit der andern Hand also fortgezogen / daß die Faden in gleicher länge bleiben/ so wird endlich das E ins F kommen/ vnd der Stifft die Hyperbolen CDF zeichnen : wie es nun auff einer seiten geschehen/ also wird auch mit der andern gehandelt.

Die Ellipsin aber zu reissen/ seye gegeben der längere Diameter EF vñ



 kürtzere

kürtzere EH, vff dem längern such die zwey Centra A vnd B, stecke in jedes ein Nadel / oder sonst ein subtilen Stift / den dritten stifft setze ins E, darnach schlage vmb beyde Stiffte im A vnnd B einen Faden / solchen mache am dritten Stifft im E mit beyden Enden veste / wann solcher Stifft / so jetzo im D stehet / also fein stete herumb gezogen wird / wird sich in einem Zug die Ellipsis EDH auffreissen. Vnd ist dieser modus, wann man eine reine Schnur vnnd an deß Stiffts statt ein röhrlein / darinn man ein Röttelstein stecken kan / machen läst / den Zimmerleuten / Steinmetzen vnd Mäwrern sehr bequem / zu getruckten Gewölben die Bogen mit auffzuzeichnen. Wann nur ihr Gebrauch nicht were / daß sie gerne bey Handwercks Gewonheit bleiben / Gott gebe dieselbe sey recht oder vnrecht.

Siebender Weg / die drey Conische Linien durch Instrumenta in plano zu verzeichnen.

AVff ein starckes vnd dürres Reißbrett / welches sich nicht werffen kan / werde ein Gewinde von Messing mit D gezeichnet vest gemacht / an welcher sich ein Hölßlein mit H, daran eine halb runde Scheibe im Gewinde D sich bewegen lässet. In dieser Hülssen lässet sich widerumb ein Stange E auff vnd abschieben / welche darzu dienet / daß man die Parabolen, Hyperbolen vnd Ellipsin nach gefallen groß oder klein reissen könne. An derselben ist oben widerumb eine Hülsse mit G gezeichnet / darinnen sich die Stange F hin vnnd wieder ziehen lässet: Auch sind beym GH vnd D stellschrauben / damit wann eines oder das ander nach notturfft geruckt / solches damit angeschroben / vnd vest gemacht werden könne. Diese Stange F ist fornen nach erforderung vnd nötigkeit deß Winckels gekröpfft / vnd nach solcher kröpffung ein Loch durch gebohret / dardurch der Stifft CK, so an dem Röhrlein IC vest gemacht / sich vmbdrehen lasse. Es muß aber das Röhrlein IC vnd Stifft CK gerade 45. Grad / oder ein halben rechten Winckel haben / damit das Instrumentlin / deß centri reflexionis halben in der Parabola gewiß zu haben / nach einem Cono rectangulo (a) gerichtet werde.

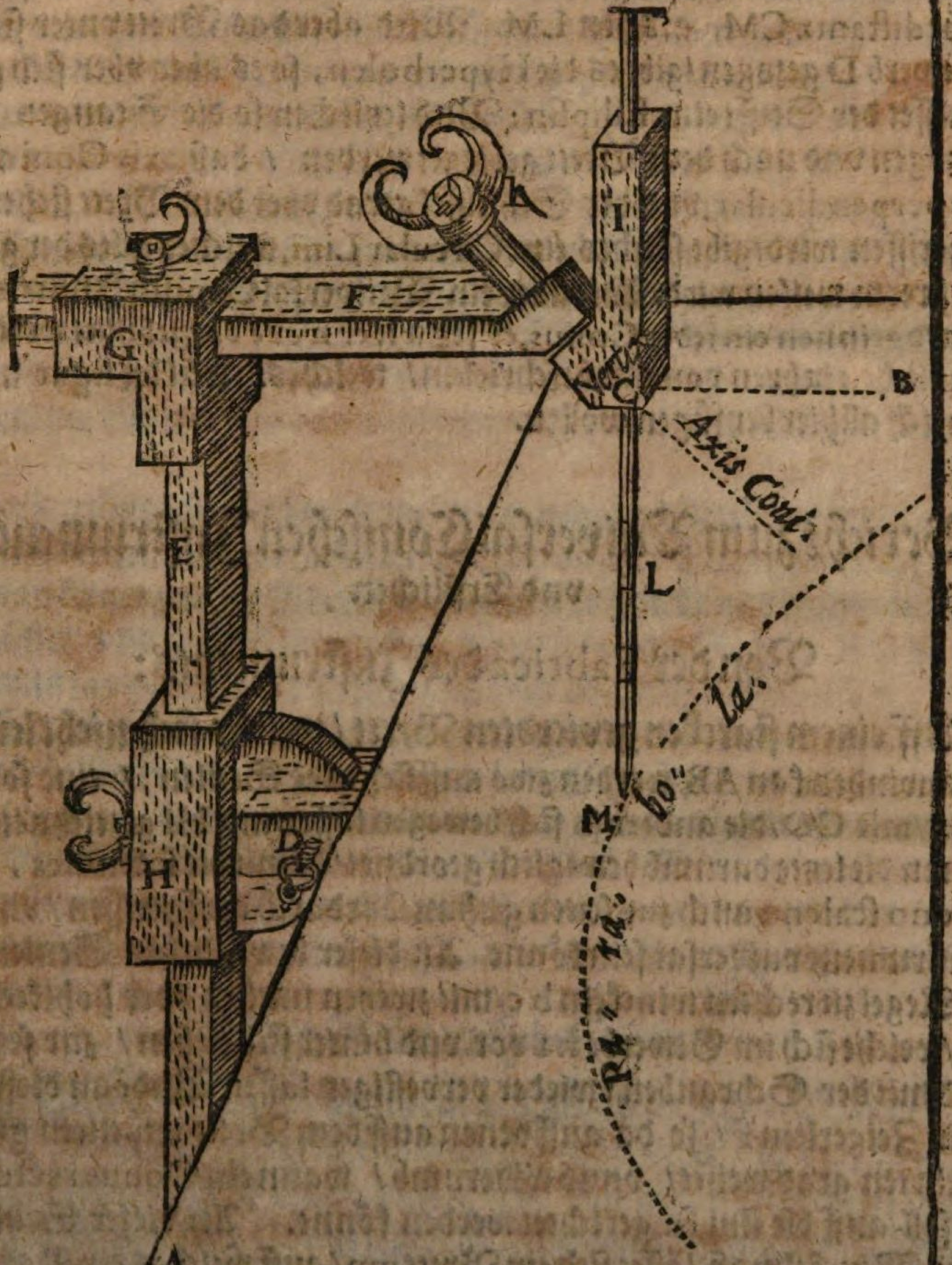
(a) 13. prop. hujus.

Durch das Röhrlein IC gehet nun ein langes gerades Stängelein / welches allezeit wann das Röhrlein mit dem Schlüssel vmbgetrieben wird / nachfolgen / vnd länger oder kürtzer werden kan: Oder man kan an statt deß runden Stängeleins eine Regel machen / so sich darinn auff vnnd abschieben lässet / an welcher vnten ein Reißfedder / so die Lini so bald mit Dinte reisset:

Welches

Welches dann in der kürtze die Fabric deß Inſtrumentleins/ ſo die Figur am beſten für augen bildet.

Der gebrauch dieſes Inſtrumentleins iſt ſehr leicht/ vnd geſchicht alſo:



Auff das Brett AB wird ein ſaubers Papier/ oder das jenige/ darauff man der Coniſch Linien eine reiſſen wil/ veſt gemacht. Soll nun eine Parabola geriſſen

rissen werden / so wird das röhrlein IC also gericht/ daß das Stängelein LM auff dem Brett AB perpendicular stehet / darnach wird mit dem schlüssel K, das röhrlein vmb/vnd auff beyde seiten gedrehet / so zeichnet der Stifft die begehrte Parabolam, deren centrum reflexionis vom vertice, ist jederzeit die halbe distantz CM, als hier LM. Wird aber das Brett vnter sich durch das Gewerb D gezogen/gibt es die Hyperbolen, so es aber vber sich gehaben wird/reisset der Stifft eine Ellipsin: Vnd letzlichen so die Stangen E vnd F also gezogen vnd nach dem Brett gebieget werden / daß axis Coni auff dem Brette perpendicular, vnd der Schlüssel gerad vber dem Brett stehet / vnnd dann gerissen wird/gibt solches eine Circular Lini, welches alles der gebrauch mit mehrerm weisen wird. Wie aber ein Vniversal Conisch Instrument zu machen/darinnen ein jeder Conus, er sey wie er wolle vorgebildet werden kan/ ist vor etzlichen jahren von mir beschrieben/ welches/ weil die figur noch vorhanden/ich allhier beyfügen wollen.

Bericht zum Vniversal Conischen Instrument/ vnd Erstlichen

Von der Fabrica des Instruments:

AVff einem starcken gevierdten Brett / welchs sich nicht leichtlich schwinden kan AB/werden zwo auffstehende Seulen / eine so vest stehet/mit CD/die andere so sich bewegen lässet/mit HI gezeichnet, verfertiget/deren die letzte darumb beweglich geordnet/ damit die sectiones, so in einem Cono scaleno auch zur seiten gethan/dardurch auffgerissen / vnnd also das Instrument vniversal sein könne. An dieser beweglichen Seulen ist eine andere Regel zu rechten winckeln b c/mit zweyen nuthen oder hohlkeelen vervestiget/welche sich im Gewerbe h i vor vnd hinter sich ziehen / zur seiten drehen/vnd mit der Schrauben t wieder vervestigen lässet. Vnd an dieser Seulen ist ein Zeigerlein f / so da auff denen auff dem Brett getheilten gradibus den begehrten grad weiset/ vnnd widerumb / wann ein Conus rectus secirt werden soll/auff die lini fu gerichtet werden könne. An dieser Seulen oder viel mehr Winckelmaß/lässet sich ein Brett mn/ auff welches ein Pappier gemacht/darauf die section, so man zu reissen begehrt/gezeichnet wird/durch die Schieber XY vnd l/vnd die gewinden p vnd g nach begehren vnd erforderung richten/also auch in den Gewinden r vnd s kan das Brett zur seiten gedrehet/ vnd mit den Stellschräublein wieder vest gemacht werden. An der veststehenden

den Seule ist eine gekröpffte Regel EFG, so mit dem Stellschräublein durch die Hülse E veststehen gemacht/vnd die bewegliche Regel gerade hinder das G gerichtet werden kan: Diese ist abermals gekropfft/ vnnd hat im K ein Gewinde/ damit der Winckel beym vertice, wenn der Conus scalenus ist/ nach erfordern gerichtet wird. Das stück KL ist wiederumb mit einem rechten Winckel KLM gekropfft/vnd mit einem perpendicularischen Loch LM verfertiget/durch welchs sich die Hülse MN, so sich durch dieses Loch durch ein Stänglein mit dem Schlüssel V bewegen / vnd auff welche seite man wil / drehen lässet. In dieser Hülsen MN lässet sich ein andere gevierdte Hülse NO bewegen / welche auch mit einem Bogen vnd Stellschräublein MO also gemacht / daß man den Winckel MNO nach erfordern nehmen vnnd vest machen kan. Durch diese Hülse gehet nun ein langes rundes Stänglein/so sich auff vnd abziehen / vnd im Q mit einem Gewerbe / vnter welchem die Spitze R, so das begehren reisset/auff dem Linial ST bewegen lässet.

Hierbey thue ich aber berichten / so man das Instrument zum Cono recto, vnnd denen darinn vorfallenden sectionibus allein gebrauchen wolte/ bedarff man keiner zweyer Seulen / sondern es würde nur die jetzbewegliche vest gemacht/ vnd an dieselbe an statt der gekröpfften Regel EFGK, eine gerade etwas lange Stange/so sich auff vnd ab/auch etwa wie ZA, hinder vnd vor sich schieben liesse/verfertiget /bedürffte keines Gewindes bey K, oder des gekröpfften GKL, sondern es würde die Hülse LM mit dem vbrigen beym F eingesetzt; Letzlichen aber/wann man nur die Linien ohne ansehung/ auß was vor einem Cono sie secirt, begehrete/bedarff man nur eines Brets/ mit einem Gewinde/vnnd eines Winckelhakens daran/ an welchen die bewegung zum reissen verveftiget/wie solchs an seinem orte zu sehen sein wird.

Vom Gebrauch desselben:

WEnn ein Conus gegeben/gilt gleich/er seye rectus oder scalenus, die sectio geschehe auch wie man wolle / so kan die von der section auffm Cono vmbzogene Lini also auffgerissen werden: Der gegebene Conus seye ABC, vnd soll auß dem punct F die linea Parabola, welche die sectio FE machen wird/auffgezeichnet werden / so erlengere erstlich die axin DC ins K, vnd die seite/davon die sectio geschehen sol/als AC ins L, ziehe auch FG der basi AB parallel, vnnd mache darnach am Instrument den winckel GKL dem winckel im Cono ADC gleich / dann auch den winckel MNO dem KCL, vnd endlich den winckel am Brett Zpq dem GFE gleich/welches durch rückung der Schieber Y vnd I leichtlich geschehen/

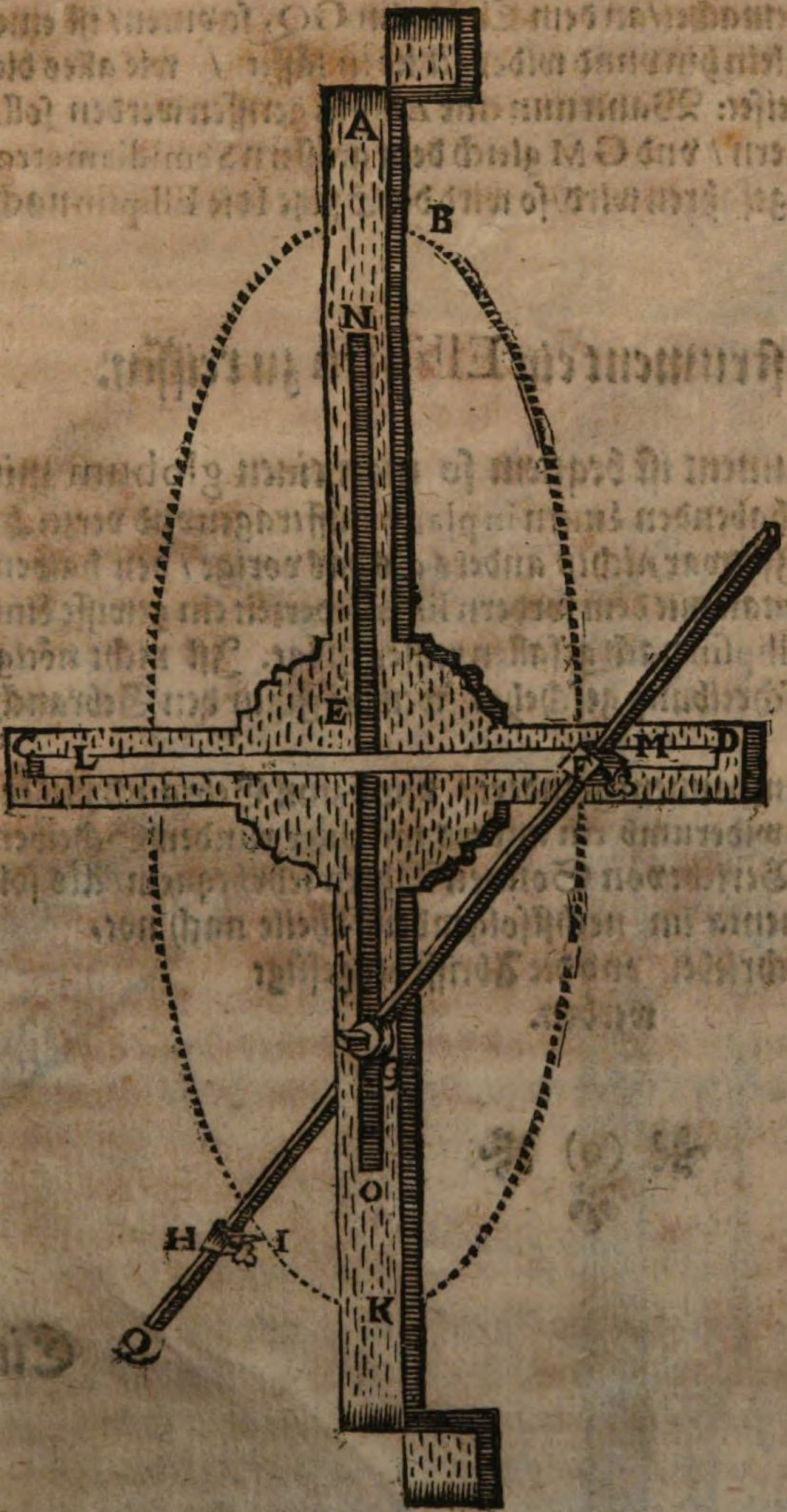
mit den Bogen die Winckel genommen / vnd mit den Stellschräublein vest gemacht werden können. Letzlichen wird die Hülse E an der stangen DC so lange vff vnd nieder gelassen / biß daß das Stänglein NQ am Instrument der Lini CF im Cono gleich sey / Wann dieses geschehen / so ist das Instrument zu zeichnung der section recht gestellet / vnnd wird am Instrument VN die axin CD, der punct N den verticem C, das NQ die seite CF, vnd das brett mn die gantze superficiem der section FE bedeuten: Derowegen dann / wañ die axis MN mit dem Schlüssel V an jhrem vnverruckten vertice N vmbgetrieben / vnd das P nach M gedrehet wird / so wird der stefft R die Lini nach W auffreissen / wird aber die axis nach der andern seite gewendet / so wird der steffe R die Lini naher V zeichnen / vnd also VRW die begehrte Parabola auß diesem Cono seyn.

Wird aber in diesem Cono ein andere sectio, als jtzt die gerade herunter fallende Hyperbola zu reissen begehret / so wird mit dem schieber XY das brett vffgezogen / daß es / gleich wie im Cono FM vff AB, also am Instrument das Brett mn vff BC perpendiculariter zu stehen komme / weil nun das Stänglein NQ gleich dem stück der seiten des Coni CF sein muß / so wird der gantze winckelhaken Hbc mit dem Bret in der Hülsen R fortgezogen / biß NQ gleich CF wird: Wann nun die axis des Instruments mit dem Schlüssel V vmbgetrieben wird / so reisset der Stifft R die begehrte Hyperbolam. Vnd also verhelt man sich auch mit der Ellipsi, vnd allen vorfallenden sectionibus, in welchen doch jederzeit dahin gesehen wird / daß der Zeiger f vff die Lini fu zu stehen komme. Letzlichen auch / wann man das Brett mn gäntzlich herunter lässet / daß es der basi oder dem vntersten Brett AB parallel, so wird der stefft R nach begehren vnd proportion eine Circkellini auffzeichnen.

Was nun hier vom Cono recto gesagt / solches ist gleichmässig im scaleno zu verstehen / nur daß darauff acht gegeben werden muß / daß durch das Gewerbe K der scheibstehende winckel recht eingerichtet werde / welches also geschicht / wann der Conus scalenus AOB, so muß der winckel GKL am Instrument dem ADO im Cono, also auch der winckel MNO dem POS gleich gemachet / vnd darnach besagter massen operirt werden. Sol aber im scaleno die sectio zur seiten geschehen / so muß das Brett mit der beweglichen seulen nach begehren vnd erforderung herumb gezogen / vnd auff so viel gradus, als der anfang der section von der längsten Lini am Cono abstehen sol / gerichtet werden.

Ein

Ein Instrument die Ellipsin in einem zuge zu reissen.



Die Fabric dieses Instruments bedarf nicht viel beschreibens: sintemal die figur so deutlich / daß alles ohne beschreibung verstanden werdē könte. Auß der 31. Propositiō ist bekant / wañ auß einem puncten in der Peripheria der Ellipsis, eine Lini gleich dem grössern Semidiametro vff den kleinen diametrū gezogen wird / daß alsdañ das stück zwischen diesen puncten vnd dem durchschnitt im grössern Diametro gleich sey dem kleinern Semidiametro.

Derowegen mache man von Messing oder anderm metall ein Creutz ACKD, wie die Figur außweiset / durch welches Creutzweges ein holkehle NO vnnd DC gemacht werden muß / vnd in jede ein schieber / so in der holkehlen sich sat hin vnd wider bewegen lässet / wie beym M vnd G zu sehen / auff dem Schieber beym

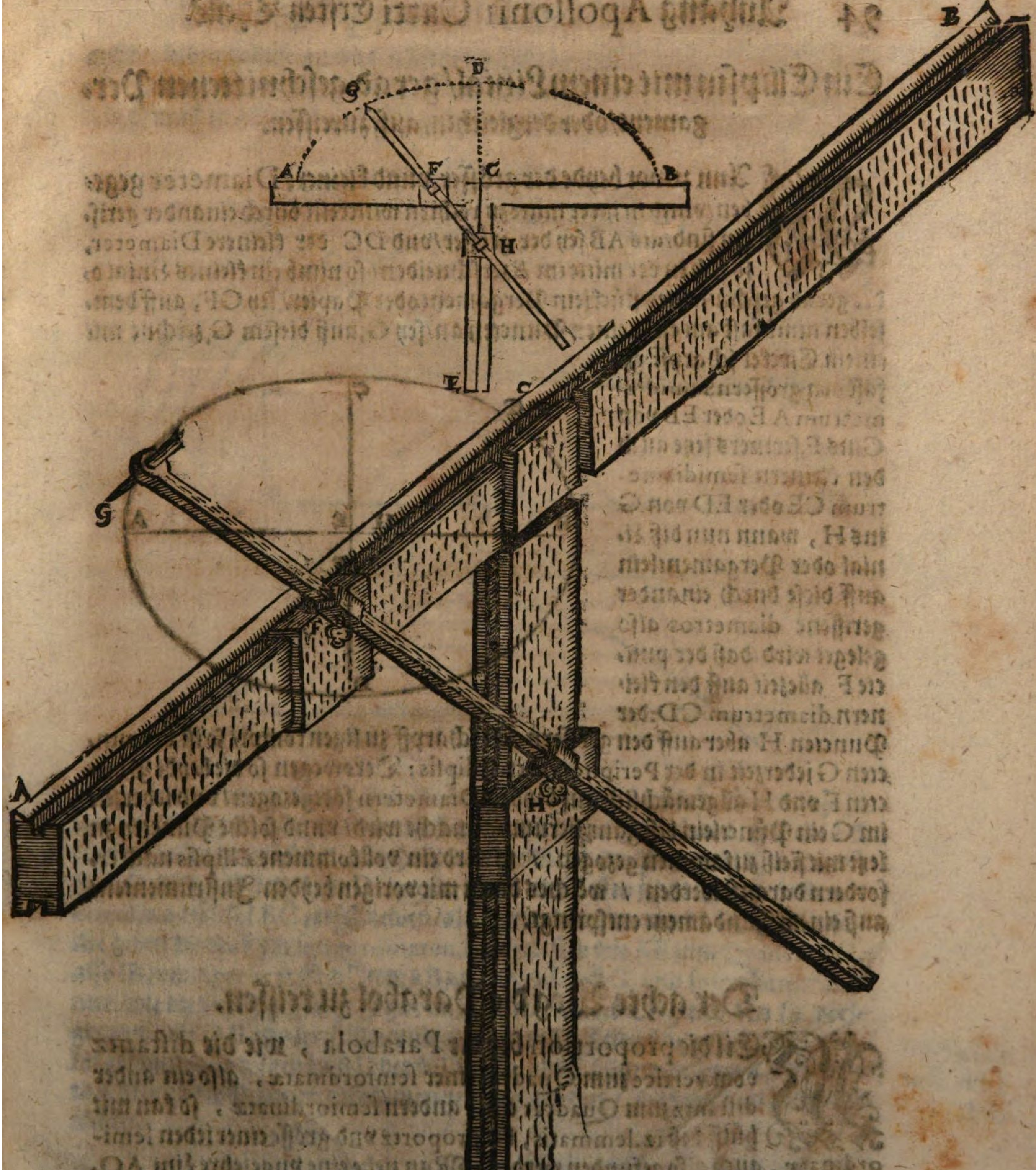
M wird ein Kopff mit einem Stellschräublein / so sich auff dem schieber in einem runden loch bewegen lässet / durch welches ein geviert stenglein sich ziehet / verfertigt: Durch den andern Schieber beym G aber gehet gleichmässig ein runder Nagel / so oben vnd vnten geviert angesetzt / an welchen oben die stang GM vnten aber GQ fest gemachet / an dem Stänglin GQ, so vnten / ist eine Spitze I, so sich am Stänglein hin vnnd wider schieben lässet / wie alles die Figur mit mehrerm außweiset: Wann nun eine *Ellipsis* gerissen werden soll / so wird IG gleich dem kleinern / vnd GM gleich dem grössern Semidiametro gemacht / so dann herumb gefahren wird / so wird die Spitze I die Ellipsin nach begehren auffzeichnen.

Ein ander Instrument ein Ellipsin zu reissen.

DJeses Instrument ist bequem so man einen globum mit seinen darauf habenden Linien in plano aufftragen vnd verzeichnen wolte. Ist zwar nichts anders als das vorige / den halben theil / vnd daß man mit dem fordern linial jederzeit ein gewisse Lini belegen / vnd darauff ein Ellipsin nach gefallen reissen möge. Ist nicht nötig daß derowegen fernere beschreibung geschehe / weil die Figur den Gebrauch genugsamb zeiget.

Dieweil ich dieses Instrument geendert / vnnd zum Gebrauch viel bequemer zugerichtet / auch widerumb ein anders mit einer runden Scheiben geordnet / so in folgendem Bericht von Sonnen Vhren sehr bequem / Als sollen solche Instrumenta im nechstfolgenden Theile nach notturfft beschrieben / vnd die Abrisse beygefügt werden.

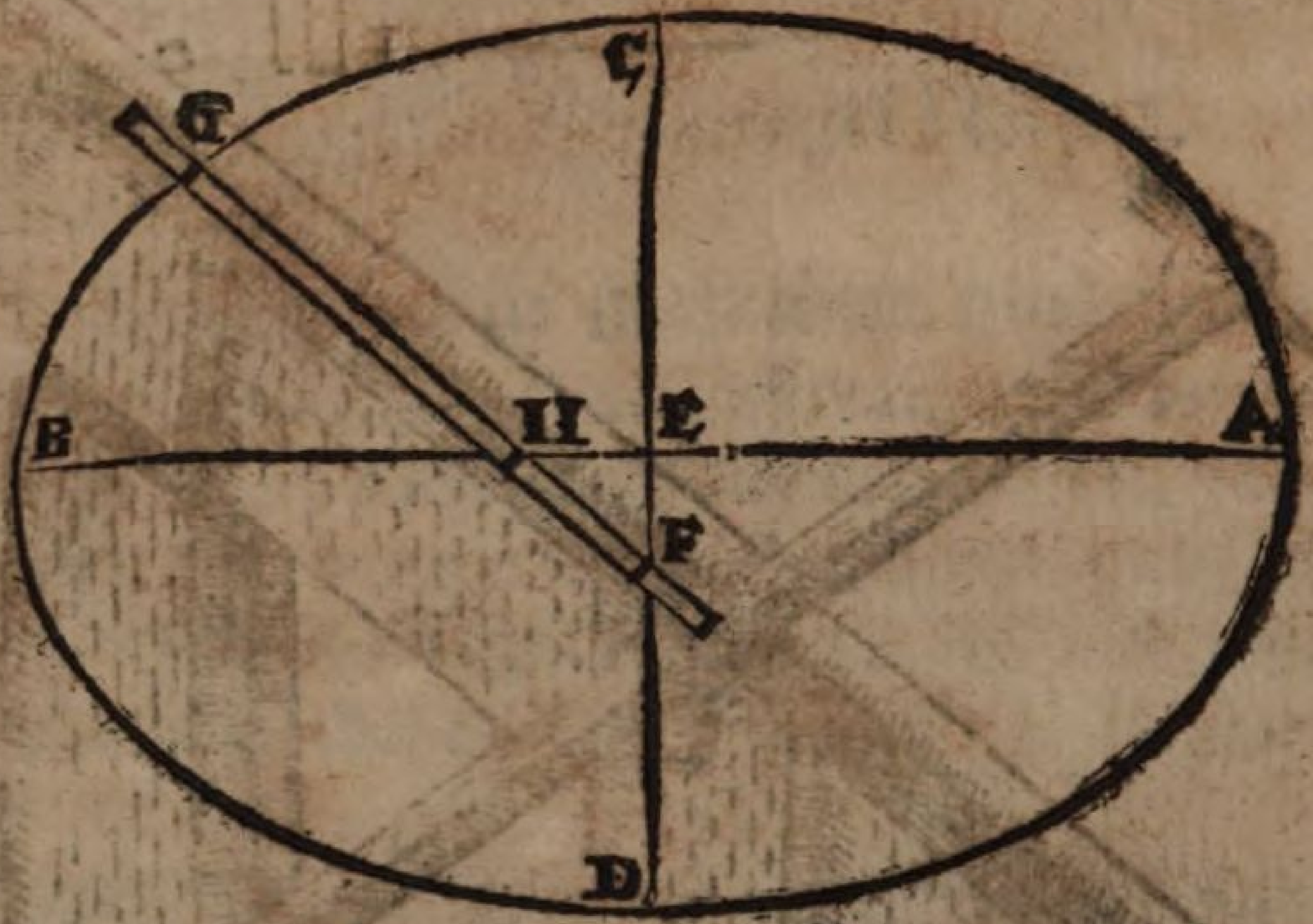
Ein



A
B
G
F
H
E

Ein Ellipsin mit einem Linial/ gerad geschnittenen Pergament/ oder dergleichen/ auffzureissen.

WAnn zuvor beyde der grösser vnnd kleinere Diameter gegeben/ vnnd in jhrer mitte zu rechten winckeln durch einander gerissen sind/ als AB sey der grösser/ vnd DC der kleinere Diameter, so sich in der mitte im E zerschneiden/ so nimb ein kleines Linial oder gerad geschnittenes stücklein Pergament oder Papier/ sey GF, auff demselben nimb fast am ende einen Puncten an/ sey G, auß diesem G, zeichne mit einem Circkel scharpff gefast den grössern Semidiametrum AE oder EB von G ins F, ferrners setze auch den kleinern semidiametrum CE oder ED von G ins H, wann nun diß Linial oder Pergamentlein auff diese durch einander gerissene diametros also geleget wird/ daß der puncte F allezeit auff den kleinern diametrum CD: der



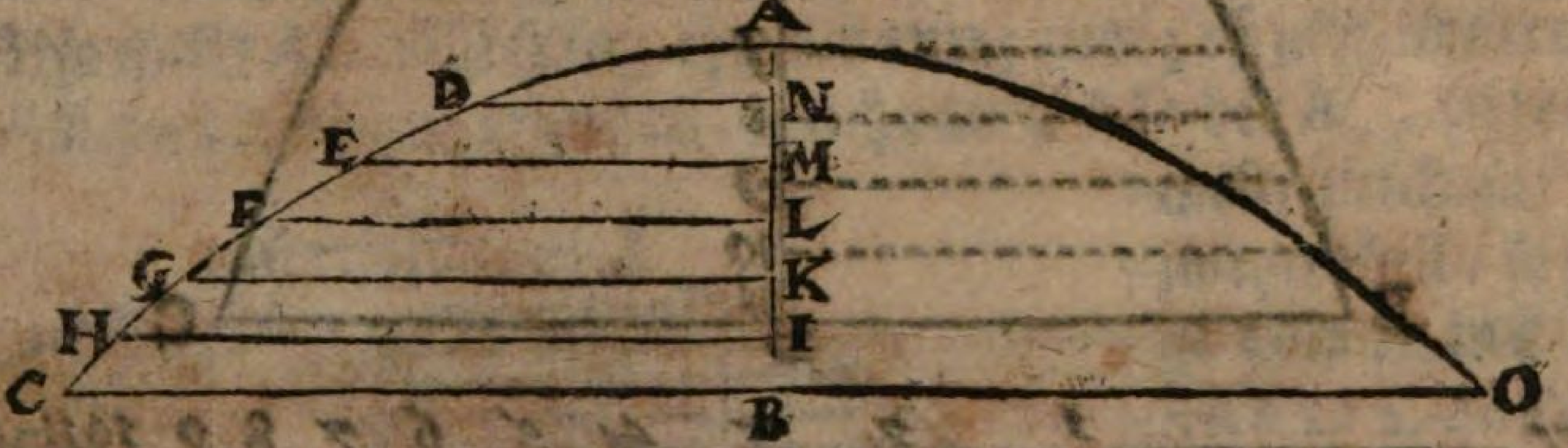
Puncten H aber auff den grössern AB scharpff zu ligen kömpt/ so ist der puncten G jederzeit in der Peripheria der Ellipsis: Derowegen so die beyde Puncten F vnd H allgemächlich auf beyden Diametern fortgezogen/ vnd iederzeit im G ein Pünctlein biß gantz herumb gemacht wird/ vnnd solche Puncten zu letzt mit fleiß zusammen gezogen / so wird ein vollkommene Ellipsis nach erfordern darauß werden / welches dann mit vorigen beyden Instrumenten/ auß einem Fundament entspringt.

Der achte Weg die Parabol zu reissen.

WEil die proportion bey der Parabola , wie die distantz vom vertice zum Quadrat einer semiordinatæ, also ein ander distantz zum Quadrat einer andern semiordinatæ , so kan mit hülff deß 12. lemmatis, die proportz vnd grösse einer jeden semiordinatæ, auch also gefunden werden: Man ziehe eine vngefehre Lini AQ.

auff

auf derselben nehme an/das AB seye die distantz deß Centri reflexionis vom vertice, vnd BC die semiordinata auß m Centro, so noch einmal so lang als AB, so muß zu AB noch eine Lini gesucht werden/zwischen welchen BC media

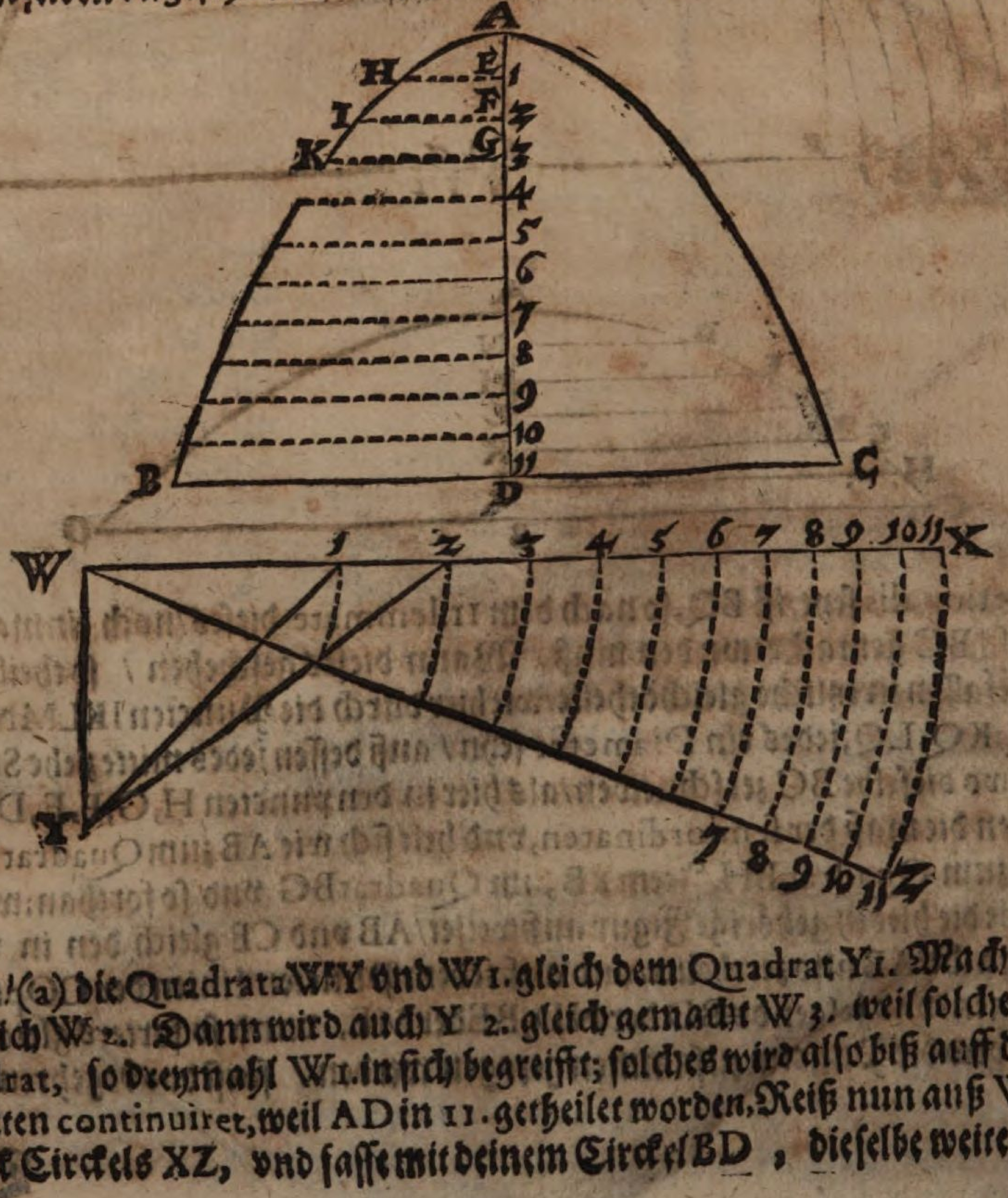


proportionalis seye/ist BQ, so nach dem 11. lemmate dieses/noch einmahl so lang als BC gemachet werden muß. Wann dieses geschehen / so theile AB nach gefallen in etzliche gleiche theile/wie hier durch die Puncten IKLMN, vñ laß IQ, KQ, LQ, jedes ein Diameter seyn / auß dessen jedes mitte ziehe Semicircul, wo dieselbe BC zerschneiden/als hier in den puncten H, G, F, E, D, solche geben die maß der semiordinaten, vnd helt sich wie AB zum Quadrat BC, also IB zum Quadrat BH. Item KB zum Quadrat BG, vnd so forthan: wann nun/wie die hieben gehörige Figur außweiset/AB vnd CB gleich den in vorliger gemacht/AB also zertheilet/vnd auß jedem Puncten Linien der CO parallel gezogen/vnd folgends BD der ND, BE der ME, vnnd so forters gleich gemacht/vnd die Puncten zusammen gezogen werden / so ist das begehren verrichtet. (a) 47. pr. 1. lib. Euclid.

Der

Der Neundte Weg / Eine Parabol in gegebener Höhe vnd weite mit hülff der Quadratheylung zu reissen.

ES seye gegeben die Axis Parabolæ AD, Basis BC, vnd soll vmb die drey Puncten BAC eine Parabole gezogen werden / so theile man axem AD in so viel gleiche theile als man wil / ist hier in 11. theile getheilet worden: Durch die puncten derselben ziehe gegen der Basi BC Linien parallel. Ferners reiß eine Lini WX, vnd nimb auff derselben vngefehr eine Lini seye W1, ziehe auß W die winckelrechte WY:



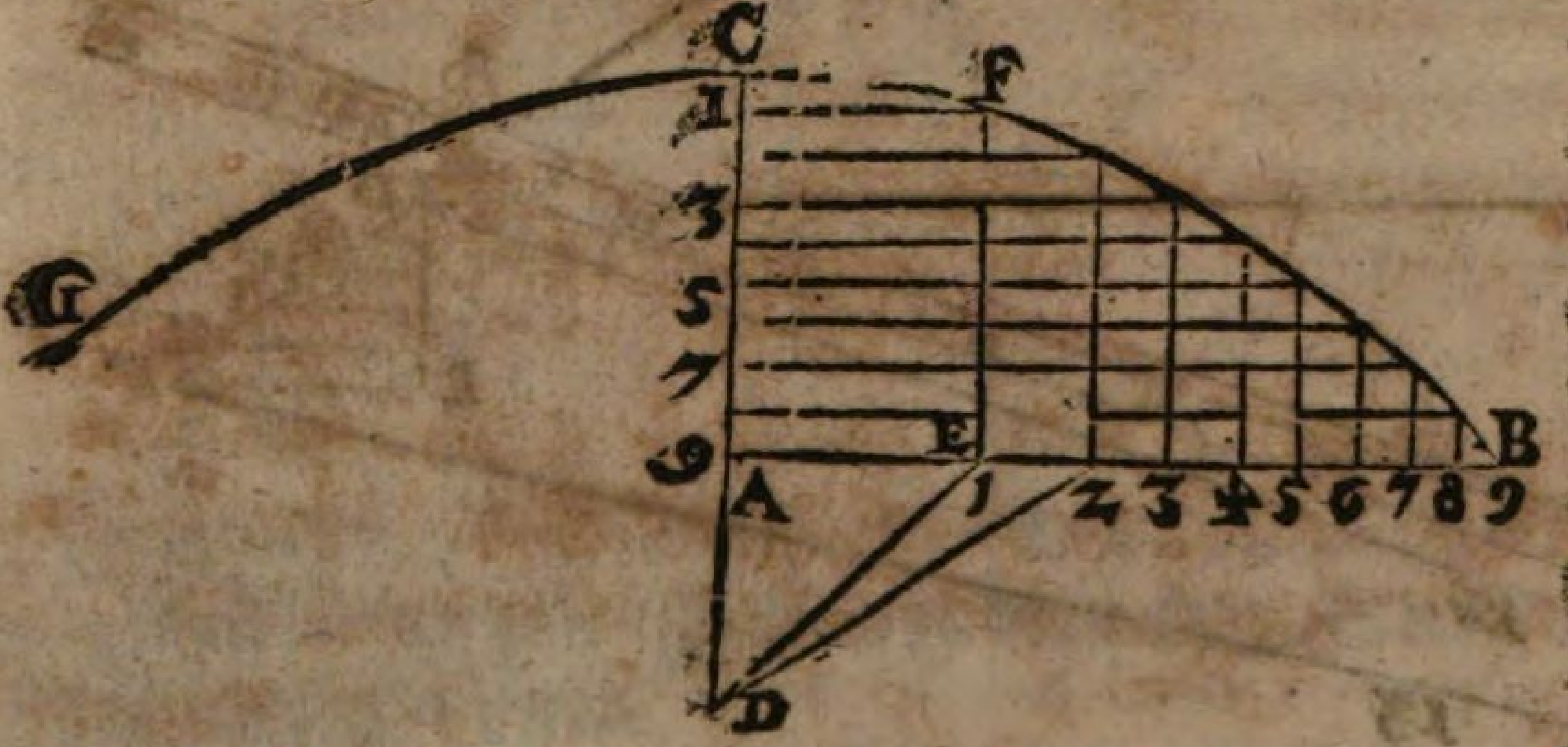
(a) 47. pr. 1. lib. Euclid.

so sind (a) die Quadrata WY vnd W1. gleich dem Quadrat Y1. Mache nun Y1 gleich W2. Dann wird auch Y 2. gleich gemacht W3. weil solches das Quadrat, so dreymahl W1. in sich begreifft; solches wird also biß auff den 11. Puncten continuiret, weil AD in 11. getheilet worden. Reiß nun auß W das Stück Circkels XZ, vnd fasse mit deinem Circkel BD, dieselbe weite trage auff

auff den jetzgezogenen Circkel von X als dem 11. Puncten biß Z, vnd ziehe die Lini WZ, auff derselben zeichne/wie in der Figur zu sehen / die Puncten so vff WX stehen/ Mache darnach die distantz zwischen 1. vnd 1. gleich EH: Zwischen 2 vnd 2. gleich FI, zwischen 3 vnd 3. gleich GK, vnd so forthan / biß auff den 11. Punct/welcher gleich BD, so nun zu beyden seiten die Puncten gezeichnet vnd zusammen gezogen werden/ so ist BKHAC die begehrte Parabola, vñ ist die demonstration auß der 1. Propos. abzunehmen.

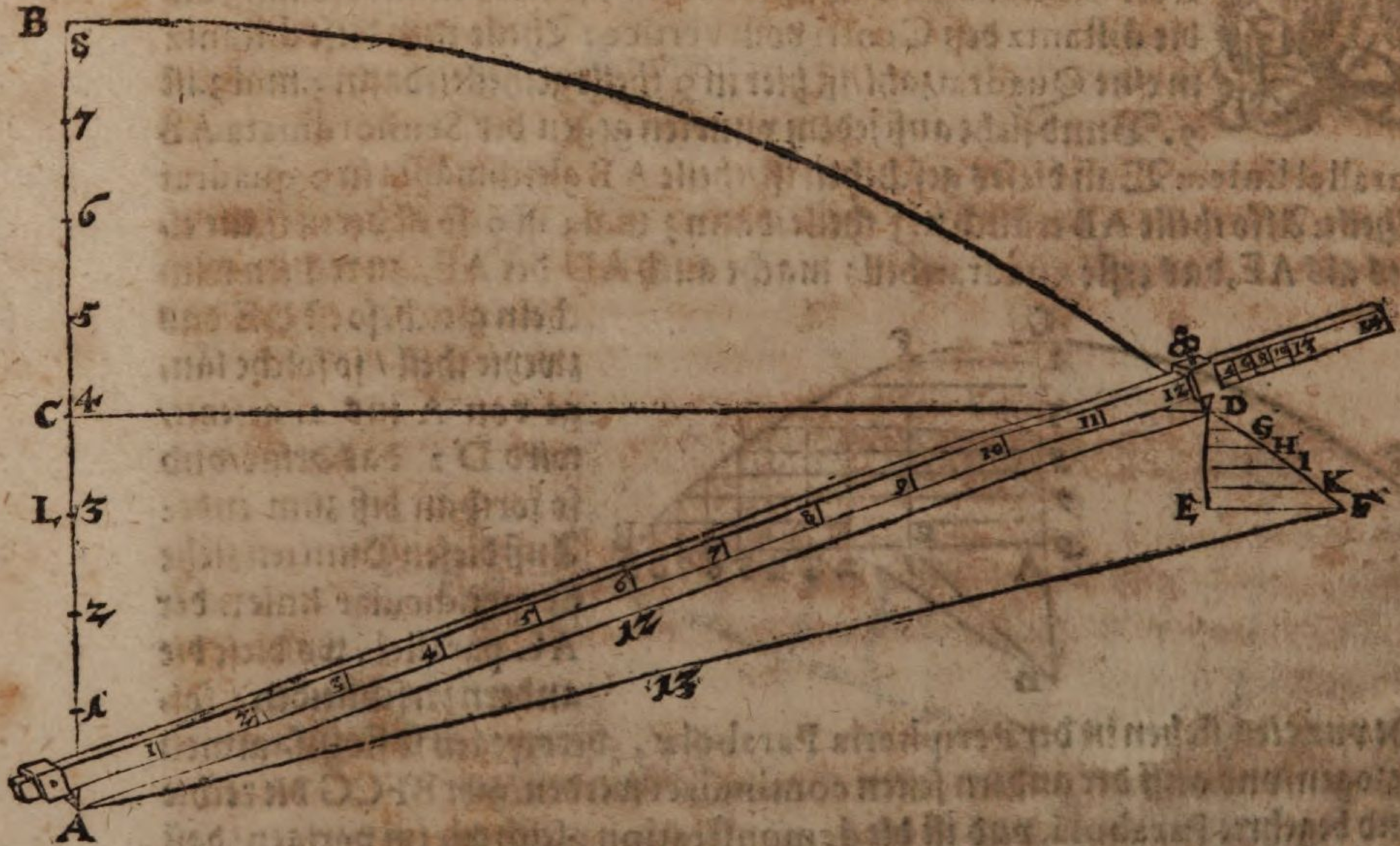
Der Zehende Weg / auß bekandt gegebener distantz deß Centri reflexionis vom vertice, die Parabol zu reissen.

DAs Centrum reflexionis seye A, vnd vertex C, so ist AB die Semiordinata außm Centro, so noch einmal so lang als die distantz deß Centri vom vertice: Theile nun diese distantz in eine Quadratzahl/ist hier in 9. theille getheilet/dann 3. mal 3. ist 9. Vnnd ziehe auß jedem puncten gegen der Semiordinata AB parallel linien: Wañ dieses geschehen ist/theile AB gleichmässig in 9. quadrat Theile: Also theile AB erstlich in 3 theille/dann 3 mal 3 ist 9/ so ist deren theile eines als AE, das erste quadrattheil: mache auch AD der AE, zu rechten winckeln gleich/so ist DE das zweyte theil / so solche länge von A ins 2. gesetzet/ wird D 2. das dritte/vnd so forthan biß zum ende: Auß diesen Puncten ziehe perpendicular linien der AC parallel, wo diese die andern zerschneiden / solche puncten stehen in der Peripheria Parabolæ, derowegen so sie zusammen gezogen/vnd auff der andern seiten continuiret werden/ gibt BFCG die rechte vnd begehrte Parabolã, vnd ist die demonstration gleich wie im vorigen: dañ wie sich hält CA zum Quadrat AB, also helt sich C 1. zum Quadrat 1. F, so gleich AE, vnd also auch mit den andern.



Der Eilffte Weg/ mit einem Stangen-Circkel ein stück einer Parabolæ auffzuzeichnen/ dessen Centrum ziemlich weit abstehen soll.

MAn lasse einen Stangen Circkel von gedichtem und dörren Holtze/ etwa 15. 16. mehr oder weniger Schuh lang machen/ an welchem eine Spitze vnbeweglich/ die ander aber muß sich durch einen Schieber/ welcher dann von Metall seyn muß/ bewegen lassen/ dieser Circkel werde zum allerfleissigsten/ in Schuch vnd Zoll/ vnd letzlichen die Zolle jeder etwa in 10. oder 12. theile/ nach eines jeden gefallen/ getheilet/ wie in der Figur vngefehr auffgezeichnet/ wann man ein Stück einer Parabolæ auß der seiten derselbigen/ dessen Centrum weit abstehen soll/ auff-



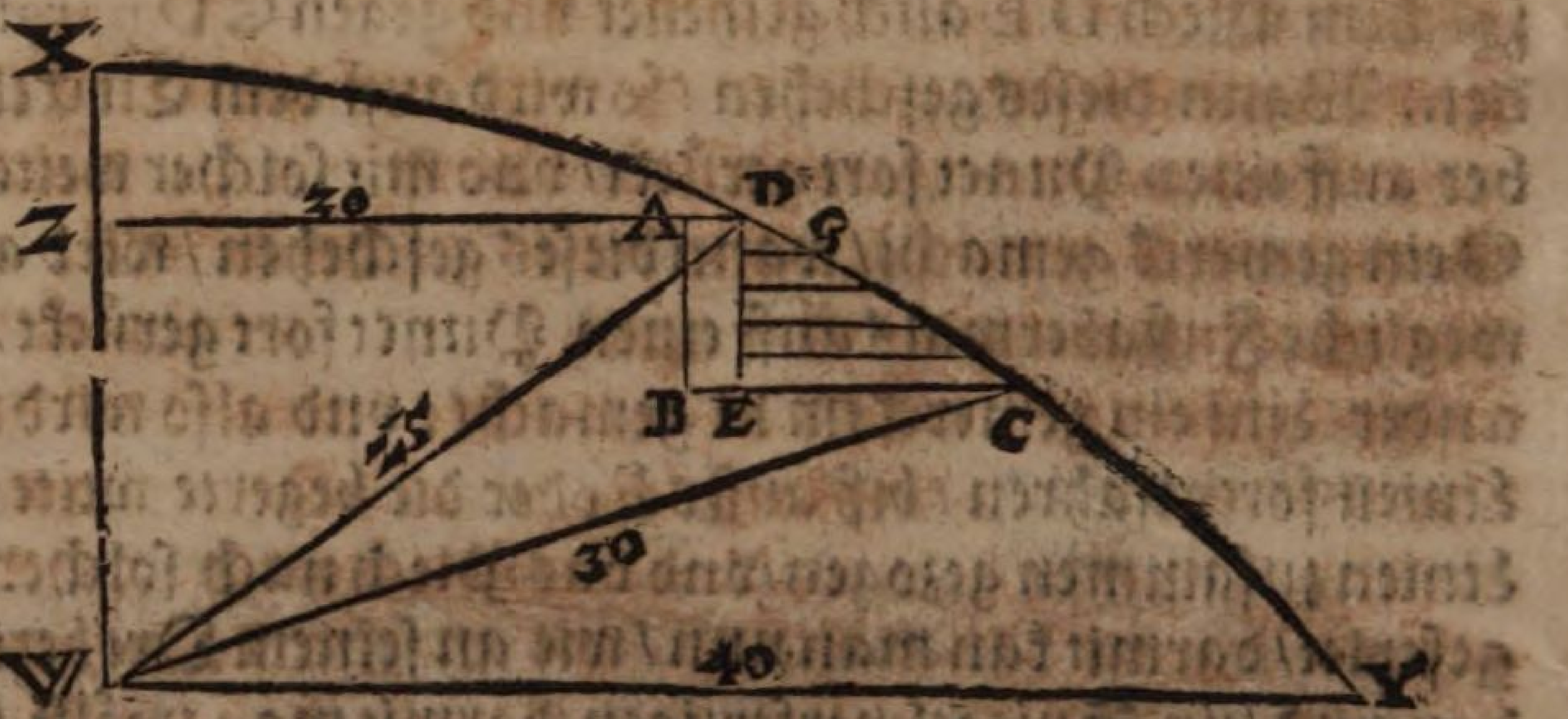
reissen wil: Als setz zum Exempel/ der vertex dieser section soll vom Centro A 8 Schuh abstehen/ vnd so eine semiordinata auß m 4. Schuh/ als DC gezogen/ soll am selben Ort ein Stück in begehrter grösse/ als hier biß an die dritte semiordinatã, vom Centro abgeschnitten werden/ sey in der Figur DF: So man derowegen ein solch Stück einer Parabolæ außzuschneiden vornehmen wil/

will / so muß man hierzu einen saubern Thielen Boden / oder etzliche Taffeln von Brettern / so die begehrte vnd nohtürfftige weite vnd grösse erreichen / aneinander setzen / Auff welchem die Lini AC, 4. Schuh / nachdem maß auffm Circkel auffgerissen werden muß. Jngleichem wird auch die Lini CD zu rechtem Winckel mit AC gantz fleissig gezogen / wann dieses geschehen / so wird die weite AD auffm Circkel also gefunden: Vorhin (a) ist erwiesen / wie auch auß vorigem vierdten Wege offenbahr / das AD gleich sey der distantz deß Centri vom vertice AB, sampt der weite / so die semiordinata, daran AD reichet / vom vertice absteheт / als BC. Weil nun AB 8. vnd BC 4. Schuh / so ist AD 12. Schuh: Auff solchen Punct wird der bewegliche Schieber gerichtet / so werden zwischen beyden Spitzen solche 12. Schuh begriffen seyn: Jch setze nun es sey auffm Circkel ein jeder Zoll in 10. theile getheilet / so muß bey dem Buchstaben D ein stück Kupffer / Messing oder Eisen Plech hingelegt / fest vnd vnbeweglich gemacht / vnnd darauff eine Lini DE der AC gantz fleissig parallel gerissen / vnd folgends wie die theilung auff dem Circkel ist / auf solchem Plech DE auch getheilet vnd gegen CD parallel Linien gezogen werden. Wann dieses geschehen / so wird auff dem Circkel der bewegliche Schieber auff einen Punct fort gerückt / vnd mit solcher weite auff der ersten Lini im G ein gemerck gemacht / wann dieses geschehen / wird auff dem Circkel der bewegliche Fuß abermals auff einen Punct fort gerückt / vnnd darmit auff der ander Lini ein gemerck im H gemacht: vnd also wird mit allen Puncten vnd Linien fortgefahren / biß auffs F oder die begerte weite: Darnach werden die Linien zusammen gezogen / vnd das Plech nach solchen Puncten sauber außgefeylet / darmit kan man nun / wie an seinem Ort berichtet vnd gelehret werden wird / ein Spiegel verfertigen / darmit man zwölff Schuh weit von einem gegebenen Orte brennen kan. Weil man aber vber 16. 18. oder 20. Schuh lang einen beständigen Circkel schwerlich machen kan: Als hab ich noch einen weg / das begehren in Zahlen zu verrichten / so doch auß diesem entspringt / hierbey bringen wöllen. (a) 22. pr. hujus.

Der Zwölffte Weg / ein Stück einer Parabol zur seiten / dessen Centrum in zimlicher weite absteheт / durch Puncten zu reissen.

WAnn das Centrum vber 16. oder 18. Schuh abstehen soll / wie zu den Spiegeln / darmit man eine zimbliche weite brennen wil / wie in folgendem gelehret werden wird / von nöthen / so kan mit jetzgelehrtem Circkel die Lini darzu nicht wol fleissig gefunden wer-

werden: Derowegen ich dann hier ein andern Weg/die erlängerunge der semiordinaten durch zahlen zu suchen vnd aufftzutragen/zeigen wöllen: Vnnd so darmit fleissig vmbgangen wird / kan (wann zuforderst ein Täfflein darzu calculirt worden) dieser weg füglicher als der vorige (wiewol alles auß einem fundament/vnd nach dem fünfften Wege verricht wird) gebraucht werden. Man setze zum Exempel W seye das Centrum reflexionis, vnnd X vertex einer Parabolæ, deren distantz sey 20. ß. auß deren mitte vngefehr soll nun ein stück Parabolæ, nach der axi zu rechnen/von 5. Schuhen/ welches DC seyn würde/ab:oder herauß geschnitten werden: Derowegen ziehe man eine semiordinatā auß $\frac{1}{4}$ von XW: ist auß Z, dessen distantz vom vertice X, ist 5. ß. Weil nun wann XW 20. ß. ist / die semiordinata außm Centro WY 40. ß. seyn muß/so erfolgt/(weil sich helt/wie XW zum Quadrat WY, also XZ zum Quadrat ZD) das ZD 20. ß. als die helffte davon seye: wird also DW, weil dieselbe gleich WX/sampt dem stück XZ, 25. ß. haben/ vnd also/ so ein Spiegel nach dieser Lini DC gemacht wird/ im D 25. Schuh reflectiren: vnnd also/ so viel Schuhe der Spiegel groß gemacht würde/ so viel Schuhe wird er auch hinauff weiter brennen. Daß also / wann



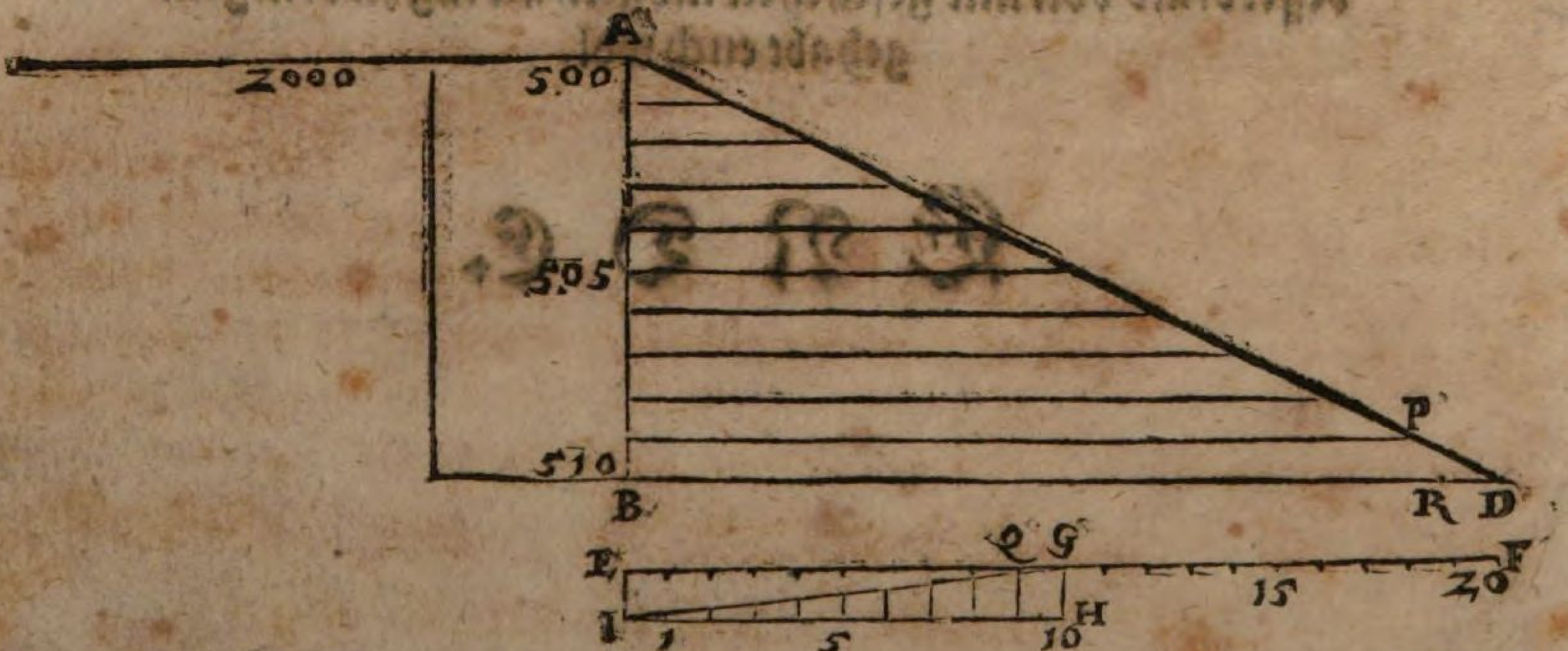
DE 5. ß. ist/ wird die reflexion auß C, als CW, 30. ß. fallen: Die weite aber deß Spiegels würde DC seyn. Halte darfür/ wann dem selben Beyfall zu geben/was von Archimede vnd Proclo geschrieben wird / daß deren Spiegel nicht kleiner sondern grösser gewesen seyn: wie ich dann dem auch wenig glauben zumessen kan/daß sie eine viel grössere weite haben brennen können / welches ich doch einem jeden zu glauben frey stelle: Vnd wil allhier nur ein anleitung/wie die Puncten eygendlich zu finden/in der kürtze anzeigen.

Ich setze nun/bequemlichkeit der zahlen halben / es werde ein Schuh in 100. gleiche theile getheilet/das ist erstlich in 10. zoll / vnd derselben zolle einer abermals in 10. theile/so kommen in einem Schuh 100. Semiordinaten, man setze nun vor jede zahl zwey 0. so ist XZ 500. vnd ZA 2000. WY aber 4000. dessen Quadrat ist 16000000. helt sich derwegen wie Xw zum Quadrat wY

also

also XZ zum Quadrat CD 4000000. dessen radix ist 2000. Auß diesem folget nun/ wie sich helt XZ 500. theile zum Quadrat ZD, welches 4000000. Also 501. theile/ welches 5. Schuh vnd $\frac{1}{100}$ theil/ als die weite an die erste Semiordinatam, zum Quadrat der Semiordinatæ so darauß gezogen wird / kompt 4008000. darauß radix Quadrata ist 2001$\frac{999}{1000}$ weil nun $\frac{999}{1000}$ theile sehr nahe ein ganzes / als wird diese Semiordinata vor 2002. theile angenommen/ weil vnmüglich mechanisch eine solche geringe differentz in acht zunehmen. Nun ist die erste Semiordinata 2000. Derowegen ist die andere so jezt gesucht worden/ deren theile 2. länger.

Die folgende zu finden/ helt sich wie 500. zum quadrat 4000000. oder wie 5. zu 40000. also 502. zum quadrat derselben semiordinaten, kompt 4016000. darauß radix quadrata ist bey nahe 2004. muß also dieser semiordinaten 4. Puncten zugesezt werden. In folgender dritten semiordinaten deren theile 6/ in der vierdten 8/ in der fünfften 10/ in der sechsten 12/ in der siebenden 14/ in der achten 16/ in der neundten 18/ vnd in der 10. als im $\frac{1}{10}$. eines ganzen ß. deren theile 19$\frac{9}{10}$. vnd kan man die vbrigen theile nach gefallen auch also fort calculiren. Darmit man nun sehen möge wie diese zahlen aufftzutragen/ so muß man/ wie es dann die Noth erfordert / hierzu von Metall ein saubers Plech in nötige dicke verordnen/ auff welches die semiordinaten gerissen/ vnd darnach die theile auff getragen werden. Von solchen seze ich seye AB nach



rechtem maaß $\frac{1}{10}$ eines Schuhes/ denselben theile man wiederumb / wie zu sehen / in 10. theile / bedeutet deren theile jedes 1. Ziehe auch ferners die Lini EF, solche theile in eben solche theile wie AB zertheilet worden. Man gebe ferners dieser Lini eine breite/ seye GH oder EI/ vnd ziehe die Lini IG, so ist von 1.

biß an IG. oder von Q herunter biß an IG, auß EI oder GH $\frac{1}{10}$. von 2. biß an IG $\frac{2}{10}$ vnd so forthan / darmit man nun BD $9\frac{9}{10}$. geben könne / so fasse man auff EF 19. theile / vnd setze solche von B ins R. Widerumb auff IH fasse man die weite von 9. biß anß Q Solche ist $\frac{9}{10}$. Hierauß ist abzunehmen / das AD fast einer geraden Lini gleich / vnd ist die differentz mechanisch mit dem Circkel nicht zu fassen.

Es wird sich aber die differentz je länger je mehr ereugnen / vnd kan also ein jeder / diesem proceß nach / weiter calculiren, vnnd die puncten gehörender massen suchen: So wird er / wann AB ein gantzen schuch continuiret wird / alsdann die Semiordinatam auß solchem puncten / welcher der 600. seyn wird / $2190\frac{890}{1000}$ befinden / wann nun die Semiordinata CA 2000 hiervon genommen wird / bleibt die differentz der 100. Semiordinaten $90\frac{9}{10}$ bey nahe. Auß welchem zu sehen / daß sich die parabola nach der axi in einem schuch / nit gar vmb — $90\frac{9}{10}$ deren theile welcher — 100. ein Schuch machen / geheuget hat.

Hiermit wil ich also den ersten theil meines Apollonii beschliessen / vnnd darbey den günstigen Leser vnd Liebhaber dieser schönen speculationen bitten / er wolle sich nicht mißfallen lassen / daß alles sehr kurtz demonstriret vnnd beschrieben / Inmassen meine meynung allein dahin gangen / andern vnnd den gelehrten vrsach zu geben / diesem allem nachzudencken / vnd künfftig was bessers / als von mir geschehen mögen / an tag zu bringen / gehabt euch wol.

ENDE.

Bibliotheca Regia Monacensis / Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bramer, Benjamin,

Benjamin Brameri Apollonius Cattus, Oder Geometrischer Wegweiser

Bd.: 1

Cassel 1646

4 Math.p. 51-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053317-7
VD17 23:233415A